Automatica (Laboratorio)

Silvio Simani

Dipartimento di Ingegneria
Università di Ferrara
Tel. 0532 293844
Fax. 0532 768602

E-mail: ssimani@ing.unife.it

URL: http://www.ing.unife.it/~simani

URL: http://www.ing.unife.it/~simani/lessons.html

Automatica (Laboratorio)

Struttura delle lezioni

1. Informazioni generali sul corso
2. Introduzione a Matlab
3. Simulazione di Sistemi Dinamici
4. Introduzione a Simulink
5. Osservatori e retroazione uscita-stato-ingresso
6. Modelli approssimati di sistemi dinamici

$\Rrightarrow$ **Identificazione di Sistemi Dinamici**

7. Progetto di Reti Correttrici
8. Sintonizzazione di Controllori PID
9. Analisi di Sistemi a Dati Campionati

Bibliografia

⇒ Dispense del Corso di Laboratorio di Automatica. Sergio Beghelli, Cesare Fantuzzi, Silvio Simani. (Fotocopisteria, tutorato, www)

1. Matlab, The Language of Technical Computing. Getting Started with MATLAB. *Version 5.1* (In formato pdf su CD Matlab)
2. MATLAB Primer. Second Edition. Kermit Sigmon. Department of Methematics. University of Florida.
3. The MathWorks Inc., Matlab User's Guide, 1993.
4. L. F. Shampine and M. W. Reichel, "The Matlab Ode Suite", Tech. Rep., The MathWorks, Inc, 1997. (Disponibile anche come file in formato pdf).
5. The MathWorks Inc., Simulink User's Guide, 1995.
6. B. C. Kuo, Automatic Control Systems. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall, 7th ed., 1995.

⇒ P. Bolzern, R. Scattolini, and N. Schiavoni, Fondamenti di controlli automatici. Milano: McGraw- Hill, I ed., Marzo 1998.

7. G. Marro, TFI: insegnare e apprendere i controlli automatici di base con matlab. Bologna: Zanichelli, I ed., Ottobre 1998.
8. C. Fantuzzi, Controllori Standard PID. Versione 1.2, Appunti del Corso, 1a ed., Maggio 1997.

Modelli approssimati di sistemi dinamici

- **Problema della determinazione di modelli semplificati**

  $\Rightarrow$ Sintesi di controllori, il sistema controllato è complesso

- **"Modellistica" vs. "Identificazione"**

  $\Rightarrow$ "Modellistica" $\hookrightarrow$ approccio impossibile?

- **Prestazioni non elevate $\hookrightarrow$ Identificazione**

  $\Rightarrow$ Modello approssimato da semplici prove sul processo

  $\Rightarrow$ Sequenze ingresso-uscita (SISO asint. stabili)

Realizzazione di sequenze ingresso-uscita di un sistema

- **Sequenze di ingresso e uscita:** $u(t)$ **e** $y(t)$

  $\Rightarrow$ Sistema dinamico discreto

- **Ricavare** (A_d, B_d, C_d, D_d) **oppure** $G(z)$

  $\Rightarrow$ Modello non puramente dinamico e SISO

- ***Problema della realizzazione*: dalle sequenze** $u(t)$ **e** $y(t)$ **(**$t = 0, 1, 2, \ldots, L-1$ **campioni) determinare il modello di ordine minimo**

  $\Rightarrow$ Utilizzo delle *matrici di Hankel*

Il problema della realizzazione

- **Matrici di Hankel H_i di dimensione $N \times 2(i+1)$ (con $N + i \leq L$)**

$$\mathrm{H}_i = \left[\; H_i^u \; H_i^y \;\right] \text{ con } H_i^u = \begin{bmatrix} u(0) & u(1) & \dots & u(i) \\ u(1) & u(2) & \dots & u(i+1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u(N-1) & u(N) & \dots & u(N+i-1) \end{bmatrix}$$

$$\text{e } H_i^y = \begin{bmatrix} y(0) & y(1) & \dots & y(i) \\ y(1) & y(2) & \dots & y(i+1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y(N-1) & y(N) & \dots & y(N+i-1) \end{bmatrix}$$

- **Definita $\Sigma_k = H_k^T H_k$**

Il problema della realizzazione

- **Sequenza di matrici** $\Sigma_1,\ \Sigma_2,\ \Sigma_3,\ \ldots$
- **Trovare** k **minimo: det(**Σ_k**) = 0** $\Rightarrow$ **ordine del sistema:** $n = k - 1$
- **Se** Σ_k **è singolare vale la relazione** $y(n) = \sum_{j=0}^{n-1} \alpha_j y(j) + \sum_{j=0}^{n} \beta_j u(j)$

$$\begin{bmatrix} u(0) & u(1) & \ldots & u(i) & y(0) & y(1) & \ldots & y(i) \\ u(1) & u(2) & \ldots & u(i+1) & y(1) & y(2) & \ldots & y(i+1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u(N-1) & u(N) & \ldots & u(N+i-1) & y(N-1) & y(N) & \ldots & y(N+i-1) \end{bmatrix}$$

Il problema della realizzazione

- **Vale la relazione** $p(z)y(t) = q(z)u(t)$

  $\Rightarrow$ $p(z) = z^n - \alpha_{n-1}z^{n-1} - \cdots - \alpha_1 z - \alpha_0$ e
  $q(z) = \beta_n z^n + \beta_{n-1}z^{n-1} + \cdots + \beta_1 z + \beta_0$

  $\Rightarrow$ z operatore anticipo unitario: $zy(t) = y(t+1)$

- **Parametri del modello:** Ker **di** Σ_k

$$\mathrm{Ker}(\Sigma_k) = \begin{bmatrix} \beta_0 & \beta_1 & \ldots & \beta_n & \alpha_0 & \alpha_1 & \ldots & \alpha_n \end{bmatrix}^T$$

  $\Rightarrow$ Normalizzazione dei parametri α_i e β_i rispetto α_n

Realizzazione per una rappresentazione ingresso-uscita

Modello nello spazio degli stati completamente osservabile: (A_d, B_d, C_d, D_d)

$$A_d = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{n-1} & \alpha_{n-1} & \alpha_{n-1} & \dots & \alpha_0 \end{bmatrix}, \; B_d = S^{-1}\bar{B}_d = \begin{bmatrix} d_0 \\ b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_{n-1} \end{bmatrix}$$

$$C_d = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \text{ e } D_d = \begin{bmatrix} d_0 \end{bmatrix}$$

$\Rightarrow$ S è sempre non singolare e $|\det(S)| = 1$

Identificazione di un sistema dinamico

- **Determinazione di un modello matematico usando le sequenze ingresso-uscita**
- **Realizzazione $\hookrightarrow$ dati privi di rumore e generati esattamente dal modello considerato**
- **Identificazione $\hookrightarrow$ errori sui dati e "disturbi"**

$\Rightarrow$ Utilizzo di nuovi algoritmi: $\det(\Sigma_k) \neq 0 \; \forall \; k$

- **Matrice di Hankel H_i e la sequenza $\Sigma_1, \; \Sigma_2, \; \Sigma_3, \; \ldots$**

$\Rightarrow$ Processo reale: Σ_i risultano non singolari $\forall \; i$!

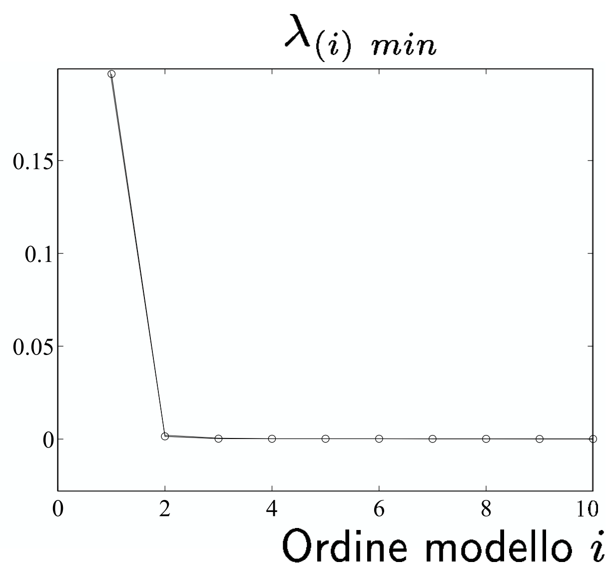
- **Indice di singolarità: minimo autovalore di Σ_i**

$\Rightarrow$ Date Σ_i e Σ_{i+1} si valuta $\lambda_{(i)\ min}$ e $\lambda_{(i+1)\ min}$

Identificazione di sistemi dinamici

Ordine corrispondente a i per cui $\lambda_{(i)\ min} \gtrapprox \lambda_{(i+1)\ min}$

$\Rightarrow$ Miglioramento passando da un modello di ordine i ad uno di ordine $i+1$.



Determinazione dei parametri:

$$\mathrm{pinv}(\Sigma'_n)\sigma_n = \begin{bmatrix} \beta_0 & \beta_1 & \dots & \beta_n & \alpha_0 & \alpha_1 & \dots & \alpha_{n-1} \end{bmatrix}^T$$

Data Σ_n, si elimina l'ultima colonna σ_n per ottenere Σ'_n

$\Rightarrow$ Soluzione ai minimi quadrati ordinari (OLS)

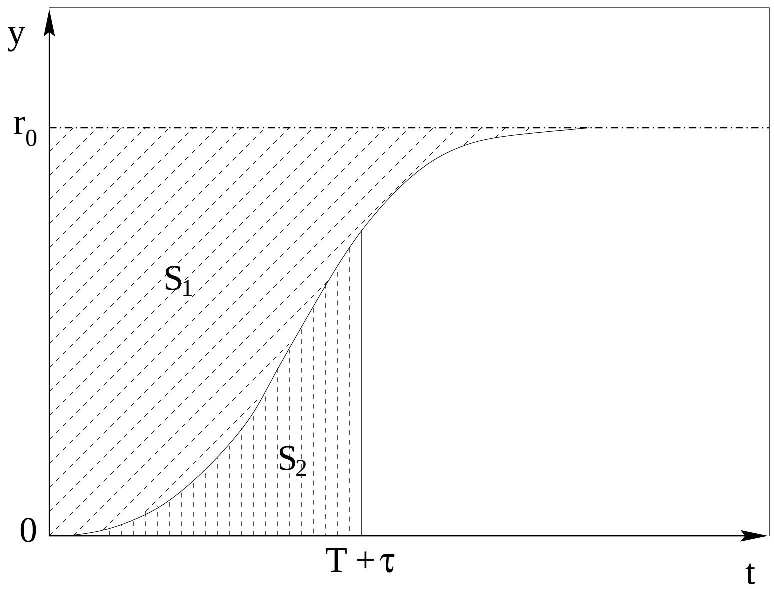
Modelli ricavati dalla risposta al gradino

- **Molti sistemi (stabili) sono descrivibili come:**

$$G(s) = K\frac{e^{-\tau s}}{1 + Ts}$$

- ***Modello polo-ritardo***

  ⇒ τ, ritardo equivalente e T, costante di tempo equivalente, K guadagno



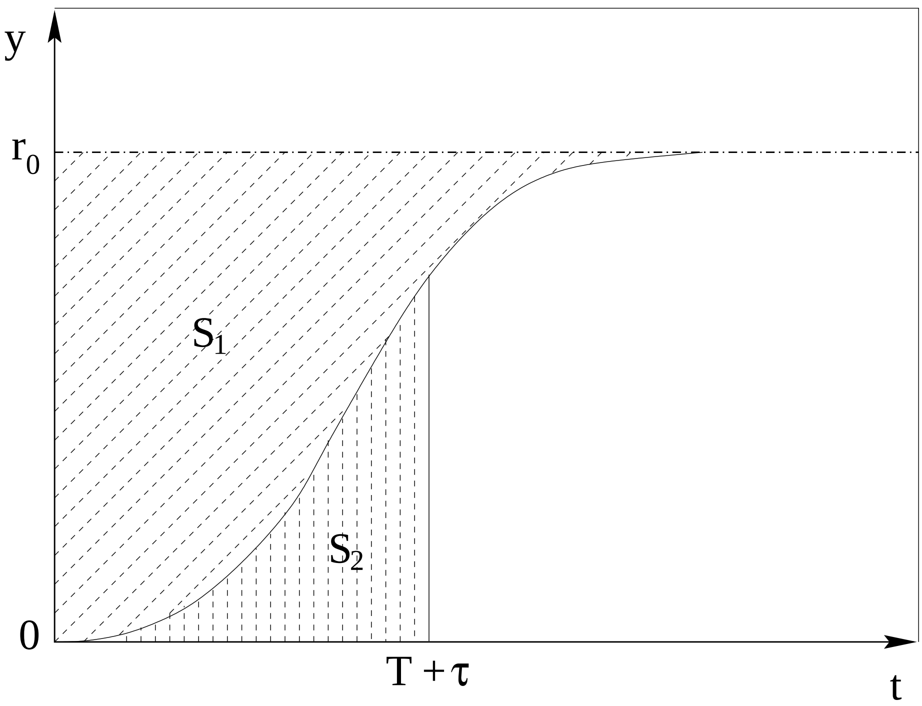
- **Ricavare K, τ e T con un gradino di ampiezza g_0**

  ⇒ Guadagno: $K = \frac{r_0}{g_0}$

Modelli ricavati dalla risposta al gradino

- **Ricavare τ e T**

  $\Rightarrow$ Metodo delle aree: $S_1 = r_0(\tau + T)$ e $S_2 = r_0 \frac{T}{e}$



- $T = \frac{eS_2}{r_0}$

- $\tau = \frac{S_1 - r_0 T}{r_0}$

  $\Rightarrow$ metodo robusto nei confronti del rumore: calcolo di due aree.

Esempio di identificazione di un sistema dinamico

- **Sono date le sequenze $u(t)$ e $y(t)$**

  $\Rightarrow$ $L = 210$ e $N = 200$

- **Modello da identificare discreto $G(z)$**

$$G(z) = \frac{y(t)}{u(t)} = \frac{1 + z}{z^3 + 0.85z^2 + 0.2z + 0.0125}$$

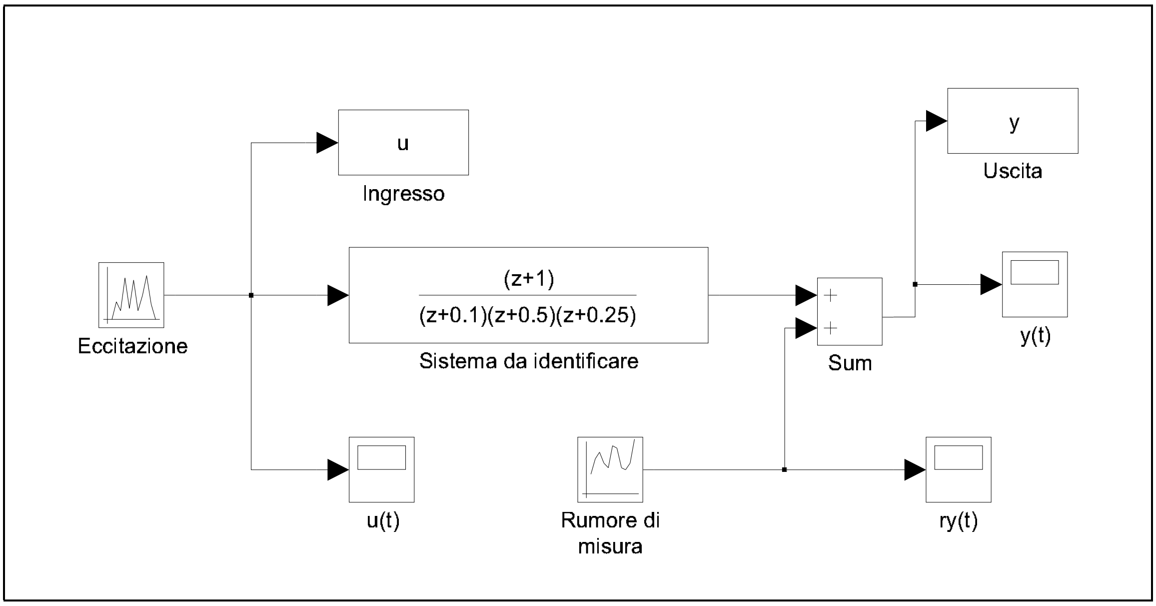
- **Passi per l'identificazione:**

  $\Rightarrow$ 1. Determinazione dell'ordine corretto

  $\Rightarrow$ 2. Determinazione dei parametri

Esempio di identificazione di un sistema dinamico

Blocco per la generazione delle sequenze ingresso-uscita



$\Rightarrow$ Sistema da identificare

$$G(z) = \frac{y(t)}{u(t)} = \frac{1+z}{z^3 + 0.85z^2 + 0.2z + 0.0125}$$

Programma `OrdineSistema.m` per la determinazione dell'ordine e dei parametri del sistema

Esempio di identificazione di un sistema dinamico

Programma per la stima dell'ordine e dei parametri

```
%%
%% File per la determinazione dell'ordine
%% e dei parametri di un sistema dinamico
%%

n = 4;
N = 200;

U = myhank(u,N+n,n,0);
Y = myhank(y,N+n,n,0);
UY = [U Y];

Sigma = UY'*UY;

autov = eig(Sigma);

Sigmap = Sigma(1:2*n,1:2*n-1);

param = pinv(Sigmap)*Sigma(1:2*n,2*n);
```

Esempio di identificazione di un sistema dinamico

Test per ordini crescenti $n \leq 4$: con $n = 4$

```
>> param
param =
    1.0000
    1.0000
    0.0000
    0.0000
   -0.0125
   -0.2000
   -0.8500

>> autov
autov =
  179.8243
  168.6020
  212.7495
  289.5920
   29.7874
    0.0000
  441.7256
  454.5707
```

$\Rightarrow \quad n = 4$, in assenza di rumore

Esempio di identificazione di un sistema dinamico

Rumore con std. dev. 10% **(varianza** 0.01**)**

```
>> param
param =
    1.0974
    1.0125
   -0.0050
   -0.0085
   -0.0364
   -0.1980
   -0.9500

>> autov
autov =
  182.9639
  167.2830
  217.2299
  296.4164
   31.2895
    0.8997
  459.7215
  448.7670
```

$\Rightarrow \quad n = 4$, rumore di misura dei sensori

Identificazione di sistemi dinamici

- **Esercizi svolti in aula**
- **Approssimazione polo-ritardo: verifica del metodo**
- **1.** $G(s) = \frac{e^{-5s}}{1+3s}$

  $\Rightarrow \quad G_a(s) = \frac{e^{-4.9876s}}{1+3.0309s}$

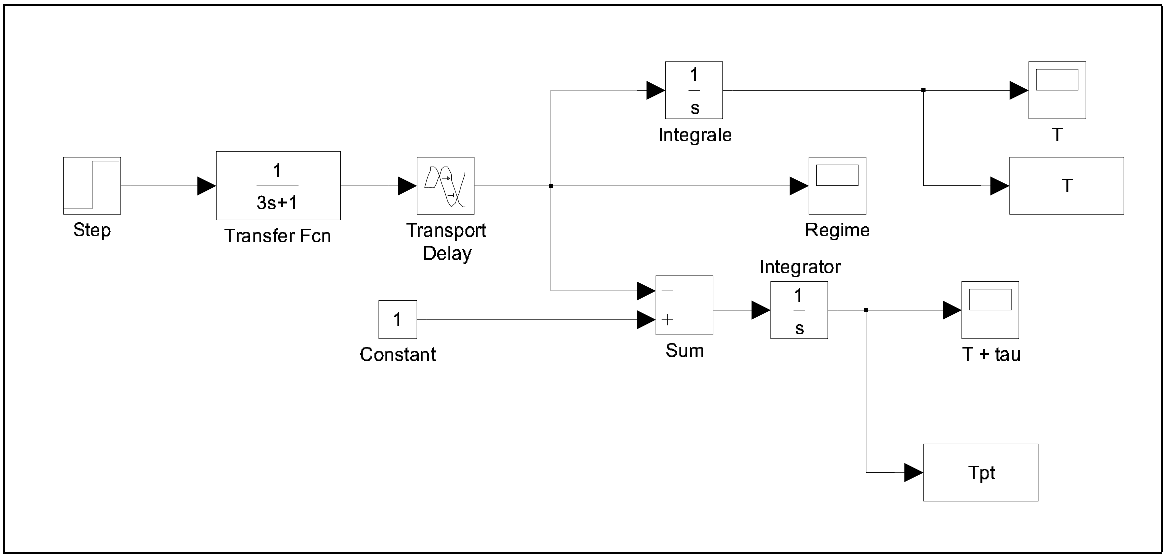
- **Approssimazione polo-ritardo: modello polinomiale**
- **2.** $G(s) = \frac{1}{(1+s)^5} = \frac{1}{s^5+5s^4+10s^3+10s^2+5s+1}$

  $\Rightarrow \quad G_a(s) = \frac{e^{-2.6153s}}{1+2.3847s}$

Identificazione di sistemi dinamici

Identificazione di un modello polo-ritardo

$$G(s) = \frac{e^{-5s}}{1+3s}$$



$\Rightarrow$ Schema *Simulink* per il calcolo delle aree

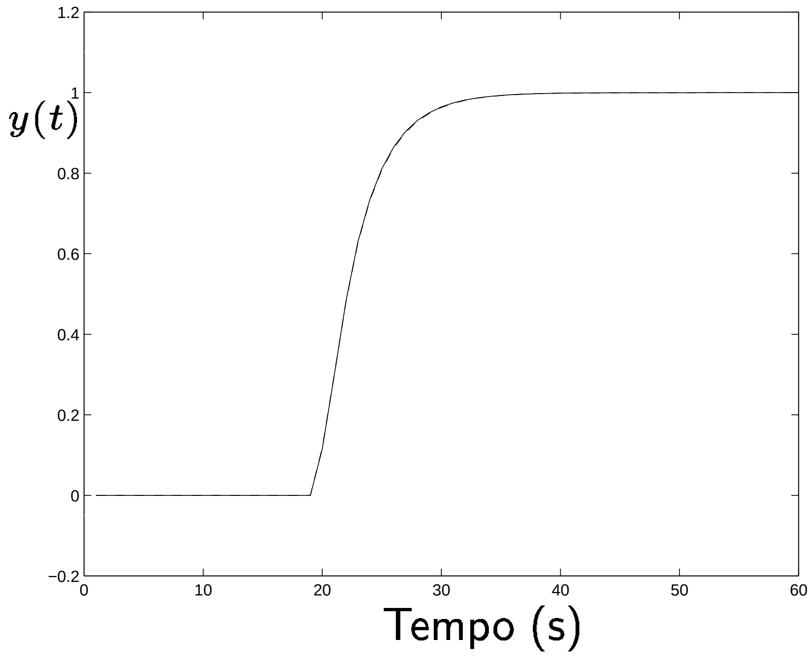
- **Calcolo dell'area** $S_1 \hookrightarrow (T + \tau)$
- **Calcolo dell'area** S_2 **per la durata** $(T + \tau) \hookrightarrow T$
- **Calcolo del guadagno in** $Matlab$ $K = \frac{r_0}{g_0}$

Identificazione di sistemi dinamici

Identificazione di un modello polo-ritardo

$$G(s) = \frac{e^{-5s}}{1 + 3s}$$

$$G_a(s) = \frac{e^{-4.9876s}}{1 + 3.0309s}$$

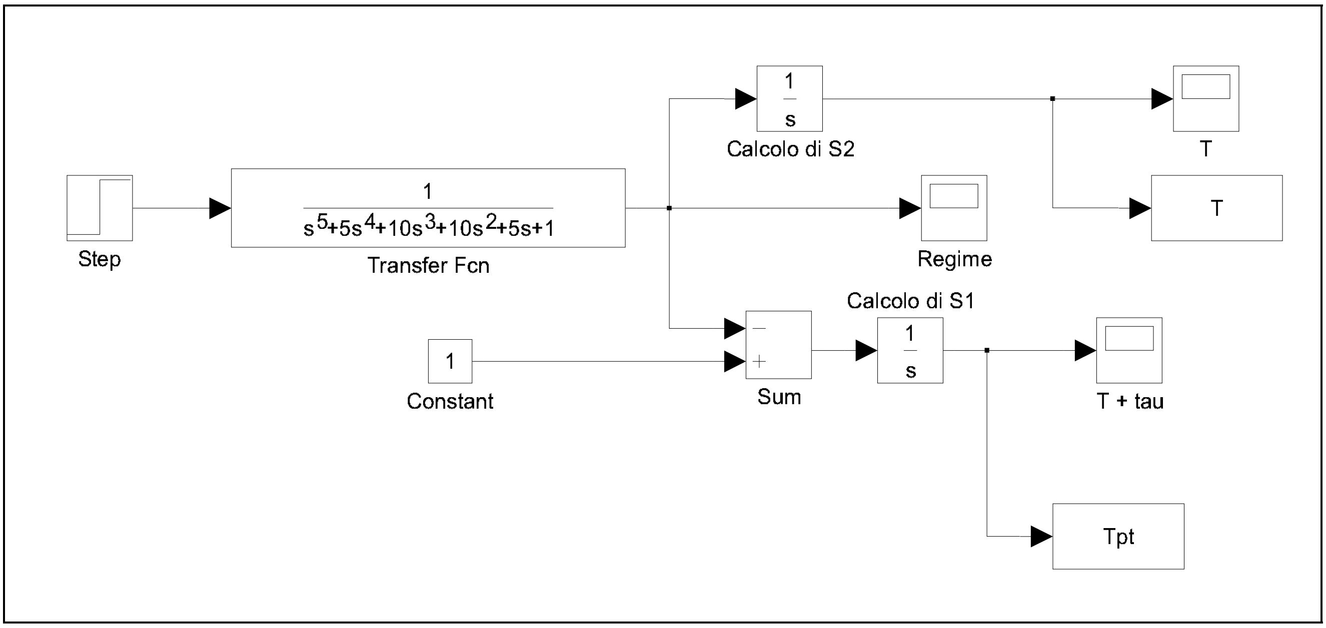


$\Rightarrow$ Risposte al gradino dei sistemi iniziale ed identificato

Identificazione di un modello polinomiale

Modello da identificare

$$G(s) = \frac{1}{(1+s)^5} = \frac{1}{s^5 + 5s^4 + 10s^3 + 10s^2 + 5s + 1}$$



⇒ Schema *Simulink* per l'identificazione di una funzione di trasferimento

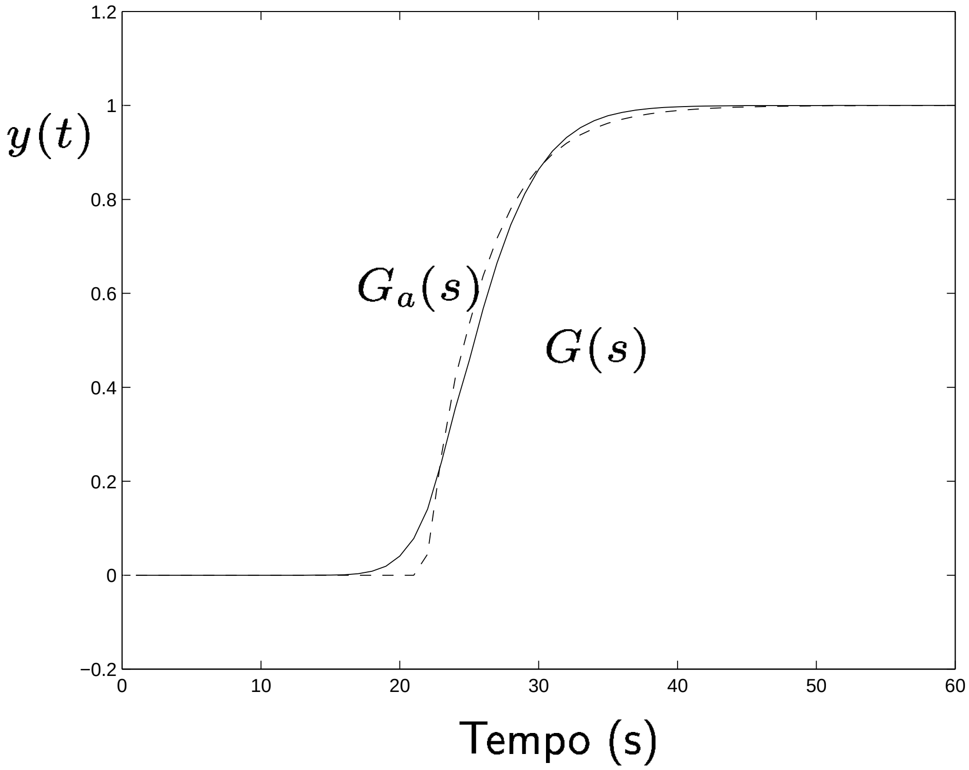
$K = 1$, $\tau = 2.6153$ **e** $T = 2.3847$

Identificazione di sistemi dinamici

Modello da identificare

$$G(s) = \frac{1}{(1+s)^5} = \frac{1}{s^5 + 5s^4 + 10s^3 + 10s^2 + 5s + 1}$$

$$G_a(s) = \frac{e^{-2.6153s}}{1 + 2.3847s}$$



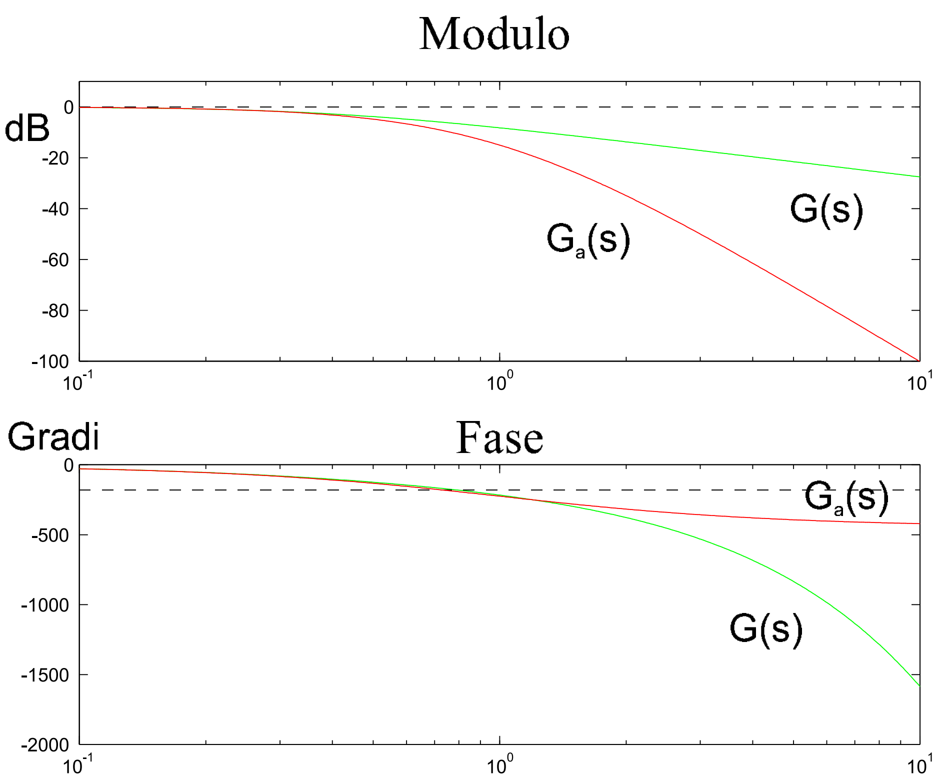
$\Rightarrow$ Confronto delle risposte al gradino

Identificazione di sistemi dinamici

Modello da identificare

$$G(s) = \frac{1}{(1+s)^5} = \frac{1}{s^5 + 5s^4 + 10s^3 + 10s^2 + 5s + 1}$$

$$G_a(s) = \frac{e^{-2.6153s}}{1 + 2.3847s}$$



$\Rightarrow$ Confronto dei diagrammi di Bode

Identificazione di sistemi dinamici

Esercizi da svolgere per l'esame

Nel file *Matlab* `dati_cap7.mat` sono date le sequenze $u(t)$ e $y(t)$ $(L = 210)$ relative ad un sistema discreto SISO. Si definisce errore quadratico medio di ricostruzione

$$J = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N} \left(\hat{y}(t) - y(t)\right)^2$$

in cui $\hat{y}(t)$ è la stima di $y(t)$ all'istante t fornita dal modello identificato.

1. Determinare l'ordine del modello affinché l'errore quadratico J risulti inferiore a 0.0182 per $N = 200$.
2. Costruire lo schema *Simulink* per il confronto dell'uscita misurata e quella ricostruita e per il calcolo dell'errore di ricostruzione J.