Automatica (Laboratorio)

Silvio Simani

Dipartimento di Ingegneria
Università di Ferrara
Tel. 0532 293844
Fax. 0532 768602

E-mail: ssimani@ing.unife.it

URL: http://www.ing.unife.it/~simani

URL: http://www.ing.unife.it/~simani/lessons.html

Automatica (Laboratorio)

Struttura delle lezioni

1. Informazioni generali sul corso
2. Introduzione a Matlab
3. Simulazione di Sistemi Dinamici
4. Introduzione a Simulink

$\Rrightarrow$ **Osservatori e retroazione uscita-stato-ingresso**

5. Modelli approssimati di sistemi dinamici
6. Progetto di Reti Correttrici
7. Identificazione di Sistemi Dinamici
8. Sintonizzazione di Controllori PID
9. Analisi di Sistemi a Dati Campionati

Bibliografia

⇒ Dispense del Corso di Laboratorio di Automatica. Sergio Beghelli, Cesare Fantuzzi, Silvio Simani. (Fotocopisteria, tutorato, www)

1. Matlab, The Language of Technical Computing. Getting Started with MATLAB. *Version 5.1* (In formato pdf su CD Matlab)
2. MATLAB Primer. Second Edition. Kermit Sigmon. Department of Methematics. University of Florida.
3. The MathWorks Inc., Matlab User's Guide, 1993.
4. L. F. Shampine and M. W. Reichel, "The Matlab Ode Suite", Tech. Rep., The MathWorks, Inc, 1997. (Disponibile anche come file in formato pdf).
5. The MathWorks Inc., Simulink User's Guide, 1995.
6. B. C. Kuo, Automatic Control Systems. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall, 7th ed., 1995.
7. P. Bolzern, R. Scattolini, and N. Schiavoni, Fondamenti di controlli automatici. Milano: McGraw- Hill, I ed., Marzo 1998.
8. G. Marro, TFI: insegnare e apprendere i controlli automatici di base con matlab. Bologna: Zanichelli, I ed., Ottobre 1998.
9. C. Fantuzzi, Controllori Standard PID. Versione 1.2, Appunti del Corso, 1a ed., Maggio 1997.

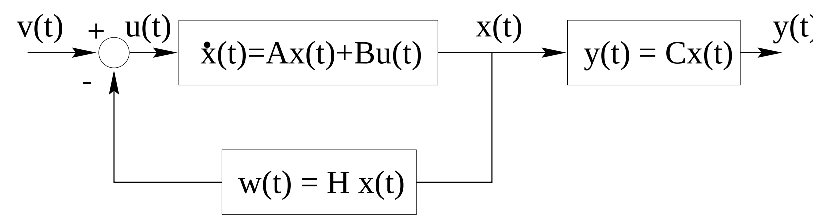
Osservatori e Retroazione

- **Sistemi dinamici a tempo continuo: problemi**
  - ⇒ Assegnabilità degli autovalori
  - ⇒ Retroazione algebrica dell'uscita
  - ⇒ Progetto di un osservatore identità
  - ⇒ Retroazione stato stimato-ingresso .
- **Sistemi del secondo ordine**
  - ⇒ Massima sovraelongazione S, tempo di assestamento T_a ed errore a regime
- **Progetto in ambiente *Matlab***

Retroazione dello stato ed assegnabilità autovalori

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$

⇒ Retroazione algebrica dello stato:
$u(t) = -\mathrm{H}x(t) + v(t)$



$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \big(A - BH\big)x(t) + Bv(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$

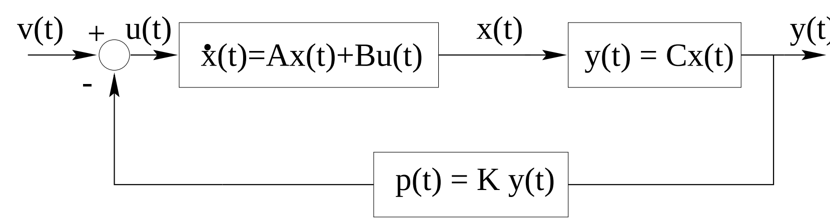
⇒ Gli autovalori di $(A - BH)$ sono posizionabili arbitrariamente con $\mathrm{H}_{r\times n}$ sse (A, B, C) è completamente raggiungibile e controllabile.

Retroazione algebrica dell'uscita

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Retroazione algebrica dell'uscita:
$u(t) = -\mathrm{K}y(t) + v(t)$

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \big(A - BKC\big)x(t) + Bv(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$



$\Rightarrow$ La retroazione algebrica dell'uscita modifica gli autovalori della parte di (A, B, C) completamente raggiungibile-controllabile e osservabile-ricostruibile.

Assegnamento autovalori in *Matlab*

- **Assegnamento automatico degli autovalori**

  ⇒ Funzione *Matlab* `place`, (in *Control System Toolbox*)

- `>> H = place(A,B,P)`

  ⇒ Calcola `H` in modo che `P = eig(A - B H)`

  ⇒ Autovalori non devono avere molteplicità maggiore del numero degli ingressi

- `[H,PREC,MESSAGE] = place(A,B,P)`

  ⇒ `PREC` accuratezza dell'assegnamento, `MESSAGE` contiene un messaggio di *warning*, `H` matrice di retroazione

Luogo delle radici in *Matlab*

- `rlocus(SYS)`, **(in *Control System Toolbox*)**

  ⇒ Calcola e grafica il luogo delle radici di $H(s) = D(s) + KN(s) = 0$

  ⇒ se `SYS = ss(A,B,C,D)` oppure `SYS = tf(N,D)`

  ⇒ con $N(s)$, $D(s)$ e (A, B, C, D) tali che $\frac{N(s)}{D(s)} = C(sI - A)^{-1}B + D$

  ⇒ `[R,K] = rlocus(SYS)` oppure `R = rlocus(SYS,K)`, `R` fornisce le posizioni nel piano complesso degli autovalori di `SYS` ottenute specificando il valore del guadagno `K`

  ⇒ `R`: per righe le posizioni degli autovalori e tante colonne quanti gli elementi di `K`

Luogo delle radici in *Matlab*

- `rlocfind(SYS)`, **(in *Control System Toolbox*)**

- `[K,POLES] = rlocfind(SYS)`

  ⇒ Determina graficamente il guadagno `K` del luogo delle radici per un insieme di autovalori `POLES` di `SYS`, selezionati col *mouse*

- `[K,POLES] = rlocfind(SYS,P)`

  ⇒ Il vettore `P` contiene le radici del luogo e calcola il guadagno `K` corrispondente

  ⇒ L'elemento j-esimo di `K` corrisponde alla posizione `P(j)` e la j-esima colonna della matrice `POLES` contiene i poli risultanti

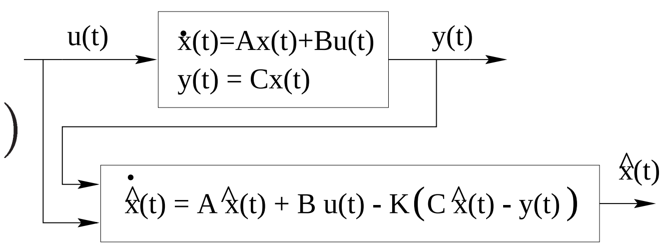
Osservatore identità

- **Dato il sistema:**

$$\Rightarrow \begin{cases} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{cases}$$

- **si può progettare l'osservatore identità:**

$$\Rightarrow \begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= \big(A - KC\big)\hat{x}(t) + Bu(t) + Ky(t) \\ &= A\hat{x}(t) + Bu(t) - K\big(C\hat{x}(t) - y(t)\big) \end{aligned}$$



- **Se** $e(t) = \hat{x}(t) - x(t)$**,**
l'errore vale $e(t) = e^{(A-KC)t}e(0)$

- **L'osservatore ha dinamica arbitraria se il sistema è completamente osservabile e ricostruibile**

Assegnamento autovalori in *Matlab* per l'osservatore

- **Assegnamento automatico degli autovalori**

  ⇒ Funzione *Matlab* `place`

- `K = place(A',C',P)'.` (`H = place(A,B,P)`)

- $A - KC = \left(A^T - C^T K^T\right)^T$

  ⇒ Calcola `K` in modo che `P = eig(A - K C)`

  ⇒ Autovalori non devono avere molteplicità maggiore del numero delle uscite

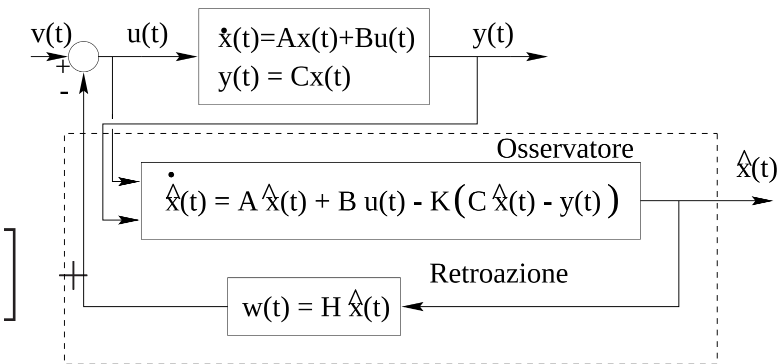
Retroazione stato stimato-ingresso

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) - BH\hat{x}(t) + Bv(t) \\ \dot{\hat{x}}(t) = \big(A - KC\big)\hat{x}(t) + Bv(t) - BH\hat{x}(t) + KCx(t) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \big(A - BH\big)x(t) - BHe(t) + Bv(t) \\ \dot{e}(t) = \big(A - KC\big)e(t) \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Vettore di stato: $\begin{bmatrix} x \\ e \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{e}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BH & -BH \\ 0 & A - KC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ e(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} v(t)$$



$\Rightarrow$ Principio di separazione degli autovalori

Parametri caratteristici di sistemi del secondo ordine

- **Dato il sistema del secondo ordine** $G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2+2\delta\omega_n s+\omega_n^2}$

  $\Rightarrow$ Se $0 < \delta < 1$, ω_n è la pulsazione naturale
  δ coefficiente di smorzamento

- **Nel piano complesso (**σ**,** ω**), con** $\sigma + \omega i = s$

  $\Rightarrow$ $\omega_n\sqrt{1-\delta^2}$ è la parte immaginaria dei poli complessi coniugati
  $-\delta\omega_n$ la parte reale

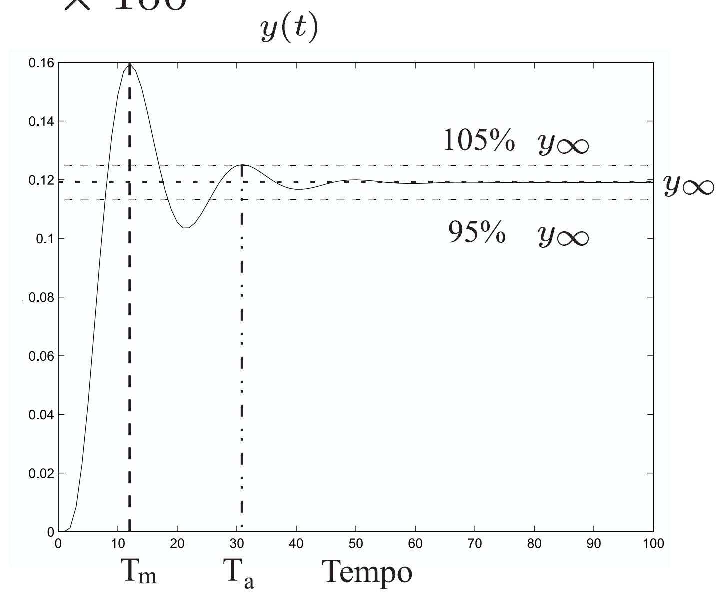
- **La risposta** $y(t)$ **al gradino unitario è oscillatoria e viene caratterizzata da parametri caratteristici**

  $\Rightarrow$ S, *massima sovraelongazione*
  T_a, *tempo di assestamento*

Parametri caratteristici di sistemi del secondo ordine

- ***Massima sovraelongazione***, $S = \frac{y(T_m)-y_\infty}{y_\infty} \times 100$

  $\Rightarrow$ T_m istante di massima sovraelongazione
  $y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t)$



- ***Tempo di assestamento***, t:
  $|y(t) - y_\infty| \leq 0.05 y_\infty$, **con** $t \geq T_a$

- **Per i sistemi del** ***secondo ordine***:

  $\Rightarrow$ $T_a \approx \frac{3}{\delta\omega_n}$

  $\Rightarrow$ $S = 100 e^{-\frac{\pi\delta}{\sqrt{1-\delta^2}}}$

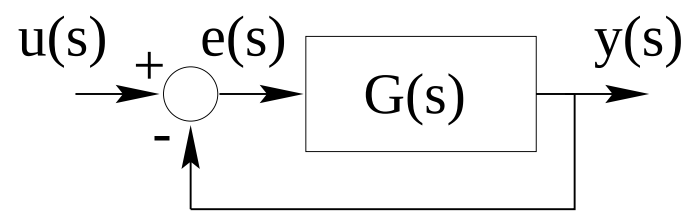
Errore a regime

- **Sistema $G(s)$ chiuso in retroazione unitaria**

$\Rightarrow$ se $e(s) = u(s) - y(s)$

$\Rightarrow$ allora $e(s) = \frac{1}{1+G(s)}u(s)$

$\Rightarrow$ Teorema del Valore Finale



- **Errore a regime** $e_r = \lim_{t\to\infty} e(t) =$
$= \lim_{s\to 0} se(s)$

$\Rightarrow$ e_r definito se $u(s)$ coincide con segnali di test

$\Rightarrow$ Gradino, rampa, parabola

Esercizi svolto proposto (1)

In riferimento al sistema dinamico dalle matrici (A, B, C, D)

$$A = \begin{bmatrix} -9 & -26 & -24 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } D = 0$$

1 si determinino gli autovalori del sistema assegnato e si progetti per tentativi (graficando l'andamento nel tempo dell'uscita) una retroazione uscita-ingresso, tale che il sistema retroazionato abbia una risposta al gradino (di ampiezza 10) caratterizzata da un tempo di assestamento pari a 3s. ed un errore a regime $(v(t) - K y(t))$ non superiore al 30% del valore dell'ampiezza del gradino. Calcolare successivamente gli autovalori dello stesso sistema chiuso in retroazione.

Esercizi svolto proposto (1)

2 Progettare per tentativi un osservatore identità per il sistema di partenza con autovalori reali e inferiori a -4 in modo da assicurare che l'errore di stima $e(t)$ scenda sotto al 2.5% in un tempo non superiore ad 1 secondo. Inoltre, i valori assoluti dei guadagni della matrice di retroazione dell'osservatore non devono risultare maggiori di 6. Si supponga che lo stato iniziale del sistema valga $[12, 20, -30]$ e che l'osservatore parta dallo stato zero.

3 Per il sistema iniziale si progetti una retroazione dello stato stimato dall'osservatore calcolato al passo precedente in modo che vengano assegnati al sistema gli stessi autovalori che ha l'osservatore. Si grafichi l'andamento dell'uscita del sistema globale eccitato da un gradino di ampiezza unitaria.

Esercizi proposto (2)

Date le matrici

$$\mathrm{A} = \begin{bmatrix} -13 & -46 & -48 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}, \qquad \mathrm{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ e } \mathrm{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

per il sistema dinamico

$$\begin{cases} \dot{x}(t) & = & \mathrm{A}x(t) + \mathrm{B}u(t) \\ y(t) & = & \mathrm{C}x(t) \end{cases}$$

Esercizi proposto (2)

1. effettuare una realizzazione del sistema in ambiente *Simulink* e calcolarne gli autovalori;
2. determinare in ambiente *Matlab* il valore della matrice di retroazione `Ks` per una retroazione uscita-ingresso che assegni ad un autovalore il valore -9. Successivamente realizzare lo schema *Simulink* per il sistema in retroazione eccitato da un gradino di ampiezza 10; graficare la risposta al gradino $y(t)$ e l'errore $e(t)$. Calcolare graficamente il tempo di assestamento e la massima sovraelongazione.
3. Dato in ingresso un gradino di ampiezza 10, determinare una matrice di retroazione uscita-ingresso `Kr` affinché il tempo di assestamento sia $T_a = 3$s. In tali condizioni, in seguito determinare graficamente la massima sovraelongazione.
4. Determinare per il sistema di partenza il guadagno `Ko` di un osservatore dello stato che assegni gli autovalori $[-3, -3, -4]$. Si grafichi l'errore di stima nelle ipotesi che lo stato iniziale del sistema parta da $[12, -20, -30]$.