

# Automatica I (Laboratorio)

Silvio Simani

Dipartimento di Ingegneria

Università di Ferrara

Tel. 0532 293844

Fax. 0532 768602

E-mail: [ssimani@ing.unife.it](mailto:ssimani@ing.unife.it)

URL: <http://www.ing.unife.it/simani>

URL: <http://www.ing.unife.it/simani/lessons.html>



Università di Ferrara, Dip. di Ingegneria  
Via Saragat, 1, I-44100, Ferrara

Silvio Simani

## Analisi di Sistemi a Dati Campionati: Introduzione



### Sistema di controllo digitale:

- ⇒ **elementi a tempo continuo**  $\leftrightarrow$  il processo da controllare, l'attuatore, il trasduttore analogico, il filtro anti-aliasing
- ⇒ **dispositivo a tempo discreto**  $\leftrightarrow$  il regolatore digitale
- ⇒ **dispositivi di interfaccia**  $\leftrightarrow$  il convertitore A/D e D/A



### Analisi dei sistemi ibridi:

- ⇒ problemi di controllo SISO; processi: lineari e stazionari a tempo continuo; regolatore: lineare e stazionario a tempo discreto; convertitori: campionatore ideale e mantentore di ordine zero (ZOH)



Università di Ferrara, Dip. di Ingegneria  
Via Saragat, 1, I-44100, Ferrara

Silvio Simani

## Analisi di Sistemi a Dati Campionati: convertitori



### Sintesi del regolatore

⇒ convertitori: scelta del periodo di campionamento  $T$



### Compromesso:

⇒  $T$  piccoli per elevate velocità di risposta del sistema di controllo

⇒  $T$  dipende dal costo dei dispositivi, da problemi di natura numerica e del tempo di elaborazione dei segnali



Università di Ferrara, Dip. di Ingegneria  
Via Saragat, 1, I-44100, Ferrara

Silvio Simani

## Sistemi a Dati Campionati: regolatore analogico



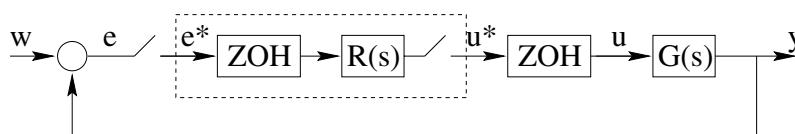
### Determinazione della funzione di trasferimento del regolatore digitale



### Analisi a tempo continuo

⇒ progetto del regolatore mediante tecniche classiche di sintesi a tempo continuo e successiva discretizzazione

⇒ regolatore digitale ottenuto come serie campionatore - ZOH



*Sistema equivalente (1) di controllo digitale*



Università di Ferrara, Dip. di Ingegneria  
Via Saragat, 1, I-44100, Ferrara

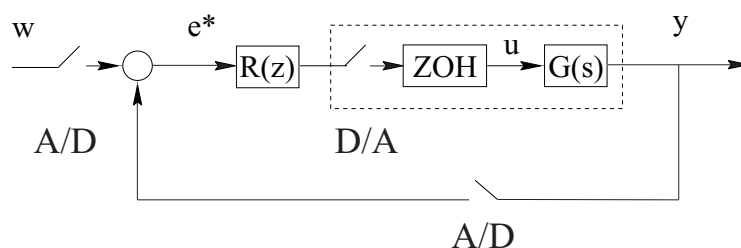
Silvio Simani

## Sistemi a Dati Campionati: regolatore digitale



### Analisi a tempo discreto

- ⇒ metodi dell'analisi dei sistemi retroazionati a tempo discreto
- ⇒ sistema di controllo  $R(z)$  a tempo discreto e descrizione del sistema  $G(s)$  a segnali campionati: mantenitore - processo - campionatore



Sistema equivalente (2) di controllo digitale



Università di Ferrara, Dip. di Ingegneria  
Via Saragat, 1, I-44100, Ferrara

Silvio Simani

## Discretizzazione di un regolatore continuo (1)



### Approssimazione digitale di un regolatore tempo continuo

- ⇒ sostituzione di variabile:

Eulero in avanti (EA)  $s = \frac{z-1}{T}$

Eulero all'indietro (EI)  $s = \frac{z-1}{Tz}$

Tustin (TU)  $s = \frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1}$



### Basati sull'idea di utilizzare il campionamento $z = e^{sT}$ :

- ⇒ (EA, EI): sviluppo dell'esponenziale nell'intorno di  $s = 0$
- ⇒ (TU): sviluppo di Padé



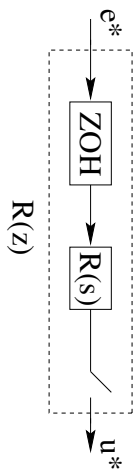
Università di Ferrara, Dip. di Ingegneria  
Via Saragat, 1, I-44100, Ferrara

Silvio Simani

## Discretizzazione di un regolatore continuo (2)

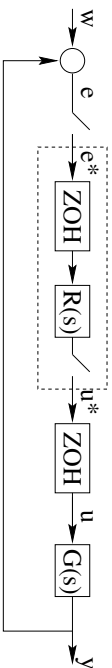


**Sostituzione di  $R(s)$  con  $R(z)$**



*Regolatore analogico ai segnali campionati*

⇒ soluzioni non soddisfacenti



*Schema equivalente del sistema di controllo digitale ottenuto con HE*

⇒ doppia coppia di campionario e ZOH ⇔ introduzione di ritardi che deteriorano le prestazioni del sistema di controllo



**Progetto  $R(s)$  con margine di fase in eccesso**



**Hold Equivalence (HE): tenuta e campionamento**



Università di Ferrara, Dip. di Ingegneria  
Via Saragat, 1, I-44100, Ferrara

Silvio Simani

## Scelta del periodo di campionamento $T$



**Regola euristica**

$$\frac{2\pi}{10\alpha\omega_c} \leq T \leq \frac{2\pi}{\alpha\omega_c}$$

⇒ con  $\alpha$  compreso tra 5 e 10.



**Se  $\omega_c$  é legato a  $T_a$**

$$\frac{T_a}{10\alpha} \leq T \leq \frac{T_a}{\alpha}$$



## Risposta frequenziale



### Funzioni di trasferimento a tempo discreto

⇒ pulsazione  $\omega$  non razionale

$$G(z) : \quad z = e^{j\omega T} \rightarrow G(e^{j\omega T}).$$



### Cambiamento di variabile

$$w = \frac{2}{T} \frac{z - 1}{z + 1} \quad z = \frac{1 + w \frac{T}{2}}{1 - w \frac{T}{2}}.$$

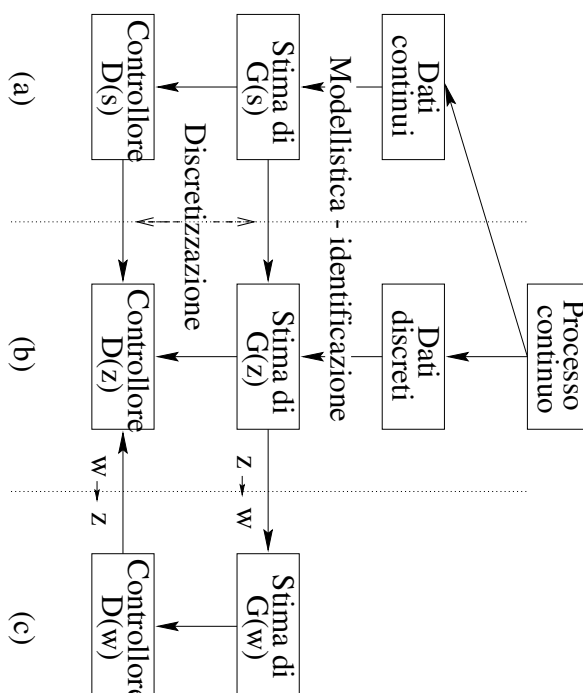
⇒ fattore  $\frac{2}{T}$ :  $G(w) \rightarrow G(s)$  quando  $T \rightarrow 0$ .



Università di Ferrara, Dip. di Ingegneria  
Via Saragat, 1, I-44100, Ferrara

Silvio Simani

## Progetto di regolatore digitale



### Metodologie di progetto di un regolatore digitale

- specifiche a tempo continuo; Ziegler-Nichols
- analisi diretta: controllo dead-beat, Modifica di Dahlin, Algoritmo di Kalman
- diagrammi di Bode



Università di Ferrara, Dip. di Ingegneria  
Via Saragat, 1, I-44100, Ferrara

Silvio Simani

## Sintesi di un regolatore mediante discretizzazione

Controllo del sistema

$$G(s) = 0.2 \frac{(1 - 2s)}{s(1 + 10s)(1 + 0.1s)}$$

con un regolatore a tempo continuo

$$R(s) = \frac{(1 + 10s)}{(1 + 0.1s)}$$

per garantire  $M_f \cong 64^\circ$  per  $\omega_c = 0.22 \frac{\text{rad}}{s}$  e  $T_a = 9.7s$  senza oscillazioni nella risposta al gradino.

Il sistema non compensato aveva  $S = 54\%$  e  $T_a = 99s$ .

Tempo di campionamento, ponendo  $\alpha = 5$ ,  $T = 1s$ .

Analisi dei regolatori discreti ottenuti attraverso le approssimazioni (EA), (EI), (TU) e (HE).

Studio delle risposte al gradino e dei diagrammi di Bode.



## Sintesi di un regolatore digitale nel dominio delle frequenze



**Utilizzo delle trasformazioni nel dominio  $w$**

Dato il sistema

$$G_p(s) = \frac{2500}{s(s + 25)}.$$

Applicazione un dispositivo HE, con periodo  $T = 0.01$  sec.

Progetto di una rete anticipatrice ed una rete ritardatrice tali che il sistema compensato abbia un margine di fase di  $55^\circ$ .

Si confronti la risposta ad un gradino di ampiezza unitaria del sistema non compensato con le risposte dei sistemi compensati.

Utilizzo delle funzioni `convert` e `wplane` del *TFI*



## Progetto di regolatore digitale (esame)

Progettare un regolatore digitale per il sistema

$$G(s) = \frac{0.2}{(1+s)(1+0.2s)}$$

con  $T = 0.1s$  e cercando di rispettare i seguenti requisiti relativi alla risposta ad un gradino del riferimento:

1. errore a regime nullo;
2. tempo di assestamento minore di  $4s$ .

Si utilizzi dapprima un regolatore del tipo

$$G_{c1}(z) = \frac{K_1}{z - p_1}$$

e successivamente

$$G_{c2}(z) = K_2 \frac{z - z_2}{z - p_1}$$

con  $z_2$  tale da cancellare il polo più “lento” di  $G(z)$ .

Si determinino quindi  $K_1$  e  $K_2$  mediante l'analisi del luogo delle radici dei sistemi  $G(z)G_{c1}(z)$  e  $G(z)G_{c2}(z)$ .

