Tecniche di Controllo e Diagnosi

Cenni su Matlab
(e toolbox Control Systems)

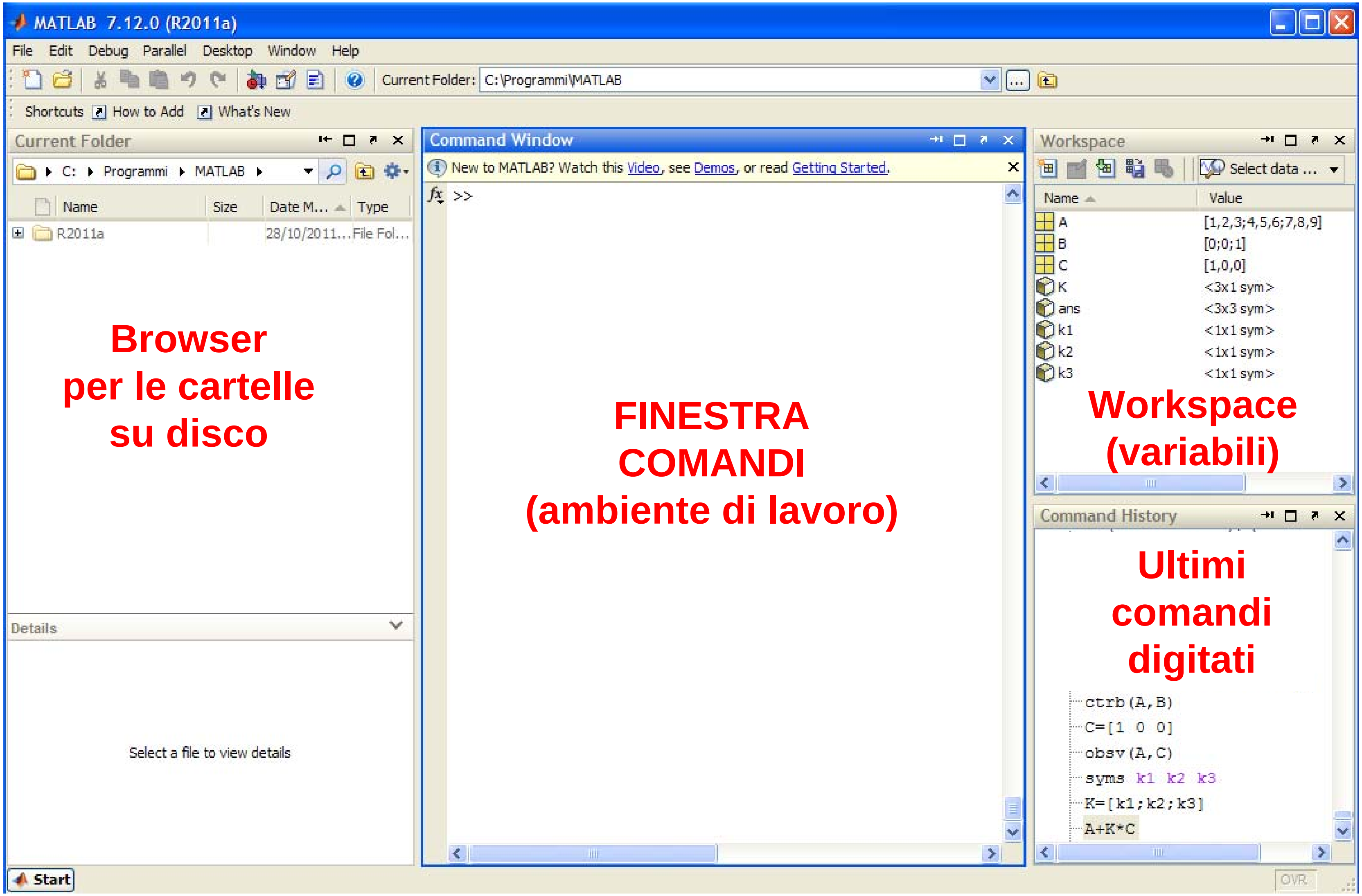
Dott. Ingg. Marcello Bonfè e Silvio Simani

Dipartimento di Ingegneria - Università di Ferrara

Tel. +39 0532 974839 / 974844

E-mail: marcello.bonfe@unife.it / silvio.simani@unife.it

Matlab: interfaccia principale



Matlab: definizione di variabili, vettori e matrici

Definire variabile scalare

```
>> x = 3
```

Definire vettore riga (1×3)

```
>> x = [1 2 3]
```

Idem, ma senza echo dell'output

```
>> x = [1 2 3];
```

Definire vettore colonna (3x1)

```
>> x = [1; 2; 3]
```

(oppure `>> x = [1 2 3]'`)

Definire matrice 3x4

```
>> A = [1 2 3 4;5 6 7 8;9 10 11 12]
```

Accedere / modificare elemento di riga 2 e colonna 1

```
>> A(2,1) = 0
```

Matlab: operazioni su matrici

- Le "solite" operazioni matematiche: **`+,-,*,/,^`**
- **Es. >> `A^3`** (potenza di matrice, solo se quadrata!)
- Precedute dal punto, sono eseguite elemento per elemento anziché in senso matriciale/vettoriale
- Operazioni specifiche per matrici / vettori:
  - Trasposta: **`A’`**
  - Determinante: **`det(A)`**
  - Inversa: **`inv(A)`**
  - Autovalori: **`eig(A)`**
  - Rango: **`rank(A)`**
  - Polinomio caratteristico: **`poly(A)`**
  - Esponenziale di matrice: **`expm(A)`**
  - Radici di un polinomio: **`roots(x)`** (x vettore dei coeff.)

Matlab: test di Controllabilità / Osservabilità

- Grazie al Control Systems Toolbox, il test è eseguibile semplicemente lanciando i comandi:

```
>> P=ctrb(A,B)
```

per il test di controllabilità, e:

```
>> Q=obsv(A,C)
```

per il test di osservabilità

Matlab: test di Controllabilità / Osservabilità

- In Matlab:

```
>> A=[0 0 0 0 -1; 0 -3 1 0 2; 2 0 1 0 0; -1 0 0 1 1; 0 0 0 0 2]
>> B=[1; 0; 1; -1; 1]
>> C=[0 0 -1 0 0]
>> Q=obsv(A,C)
Q =
     0     0    -1     0     0
    -2     0    -1     0     0
    -2     0    -1     0     2
    -2     0    -1     0     6
    -2     0    -1     0    14
>> Qt=Q'
```

NOTA: con quest'ultima operazione, la matrice di osservabilità viene posta in modo da rendere l'analisi omogenea rispetto a quella di controllabilità, in modo cioè che si debba osservare quali COLONNE risultino indipendenti.

Matlab: test di controllabilità / osservabilità

- Dall’analisi delle colonne della matrice Qt, si può vedere che solo le prime tre risultano indipendenti, pertanto la forma minima del sistema è di ordine 3 ➔ **`rank(Qt)`**

Matlab: Progetto di retroazione Stato-Ingresso

- In Matlab:

```
>> A = [-6 -11 –6; 1 0 0; 0 1 0]
>> B=[1; 0; 0] % oppure B=[1 0 0]’
```

- Il progetto della retroazione uscita-ingresso richiede di determinare gli autovalori della matrice A + B*K, con K in questo caso di dimensione 1x3

- Con la funzione di Matlab **`place`** si risolve il problema dell’assegnamento degli autovalori di A – B*K:

```
>> K = – place(A,B,[-4 –5 -6])
>> eig(A + B*K) % Verifica
```

Matlab: Progetto dell’Osservatore dello Stato

- In Matlab:

```
>> A = [-6 -11 –6; 1 0 0; 0 1 0]
>> B = [1; 0; 0]
>> C = [0 0 1]
```

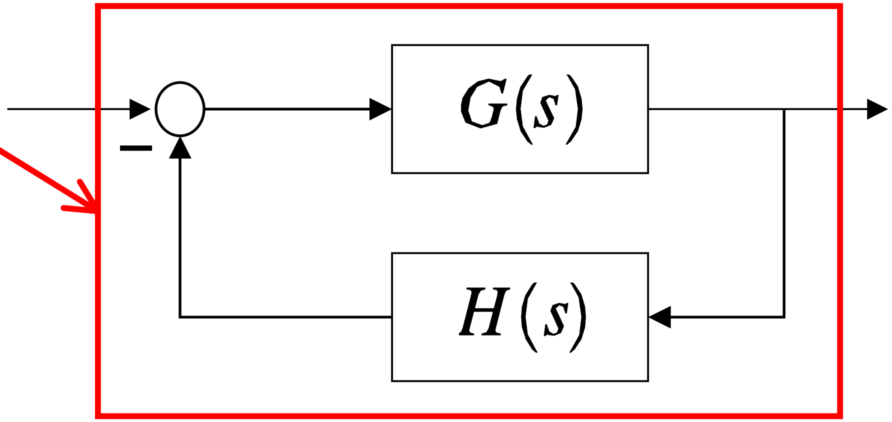
- Il progetto dell’osservatore dello stato richiede richiede di determinare gli autovalori della matrice A + L*C, con L in questo caso di dimensione 3 x 1

- Ancora con la funzione di Matlab **`place`** si risolve il problema dell’assegnamento degli autovalori di A + L*C = A + ((L* C)’)’ = A + + (C’ * L’)’ = A’ + C’ * L’, ovvero:

```
>> L = - place(A’,C’,[-8 –9 -10])’
>> eig(A + L*C) % Verifica
```

Matlab: funzioni del Control Systems Toolbox

```
>> Gcl = feedback(G,H)
```




```
>> Gp = parallel(G1,G2)
```
← parallelo di FdT

```
>> Gs = series(G1,G2)
```
← serie di FdT

```
>> step(G)
```
← grafica la risposta al gradino

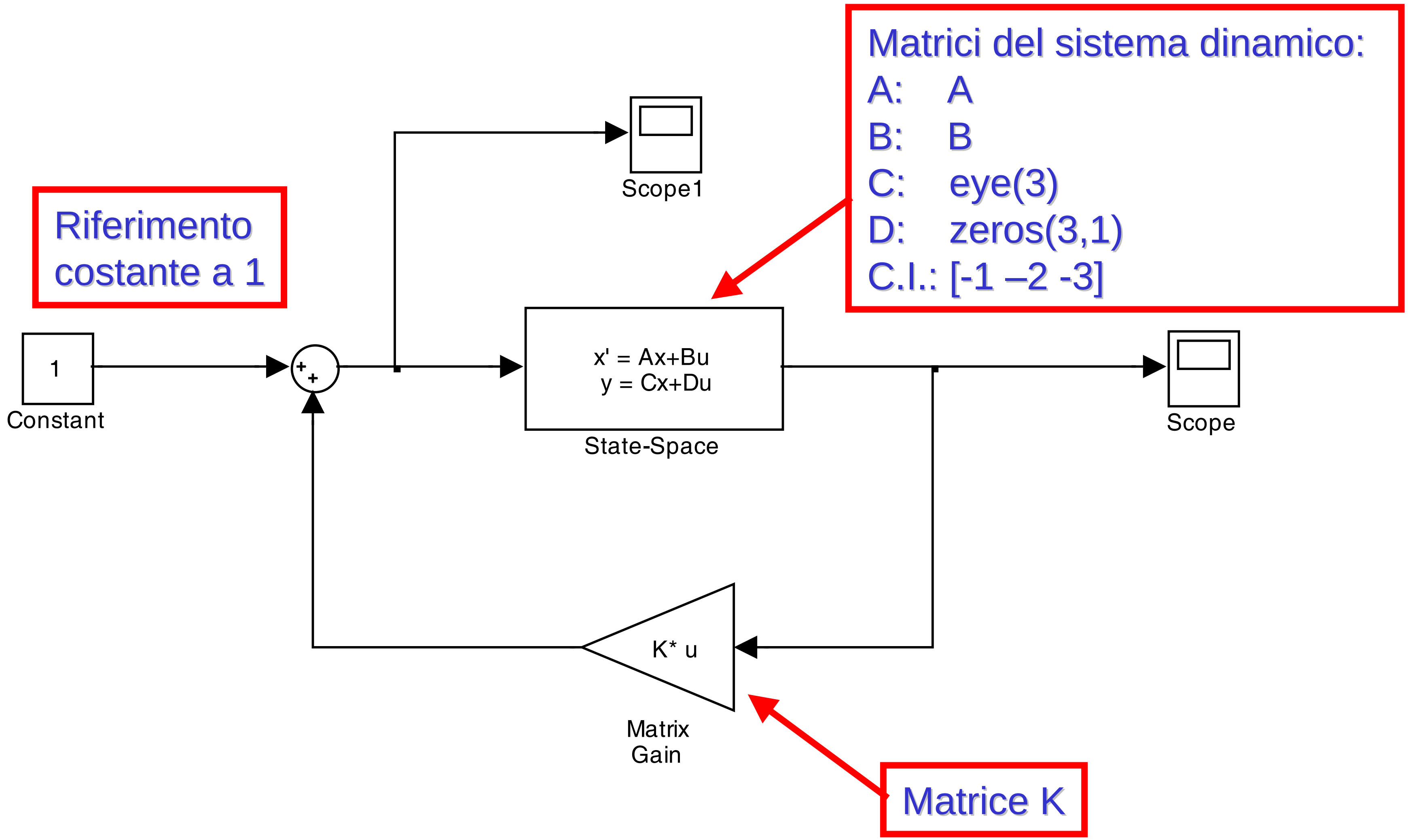
```
>> impulse(G)
```
← grafica la risp. impulsiva

CENNI SU MATLAB

FINE

… Simulink:

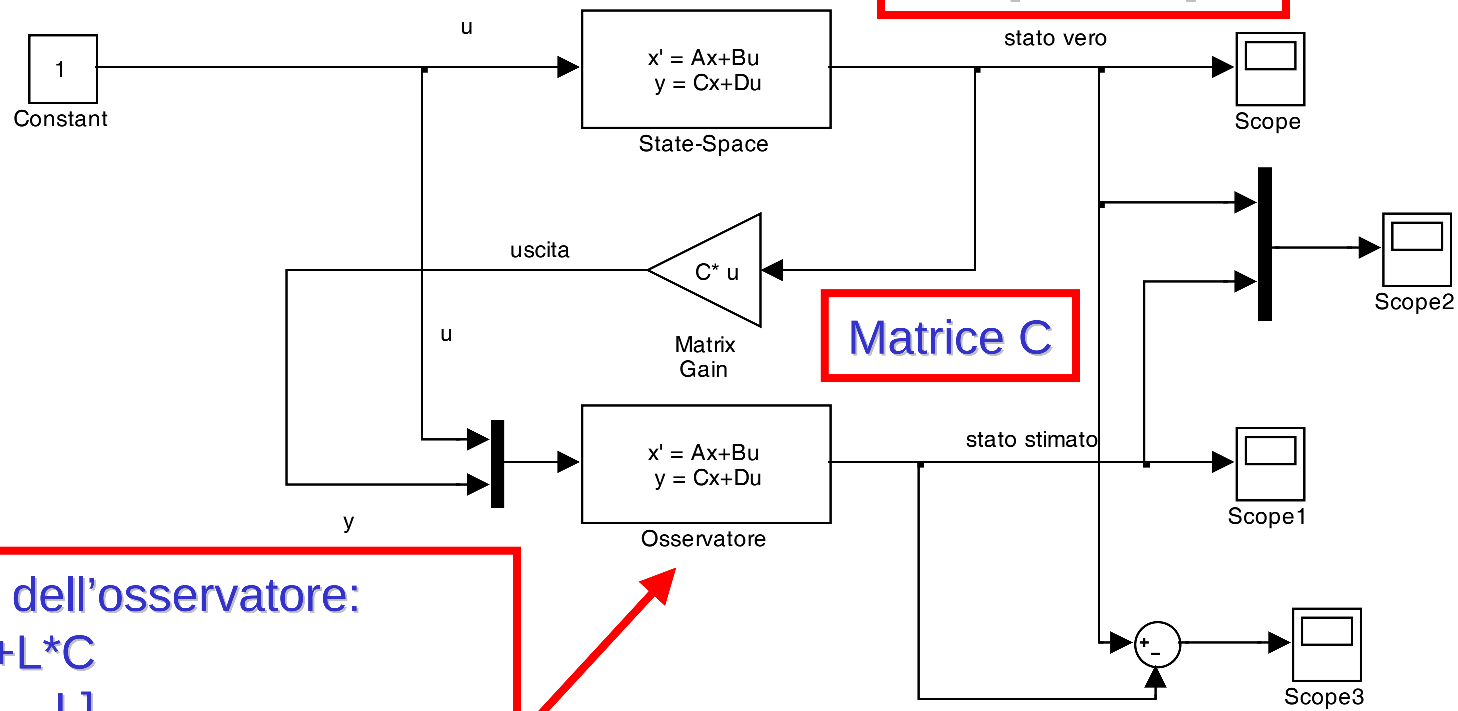
Retroazione stato-ingresso in Simulink



Osservatore Dinamico dello Stato in Simulink

Riferimento costante a 1

A: A
B: B
C: eye(3)
D: zeros(3,1)
C.I.: [-1 –2 -3]



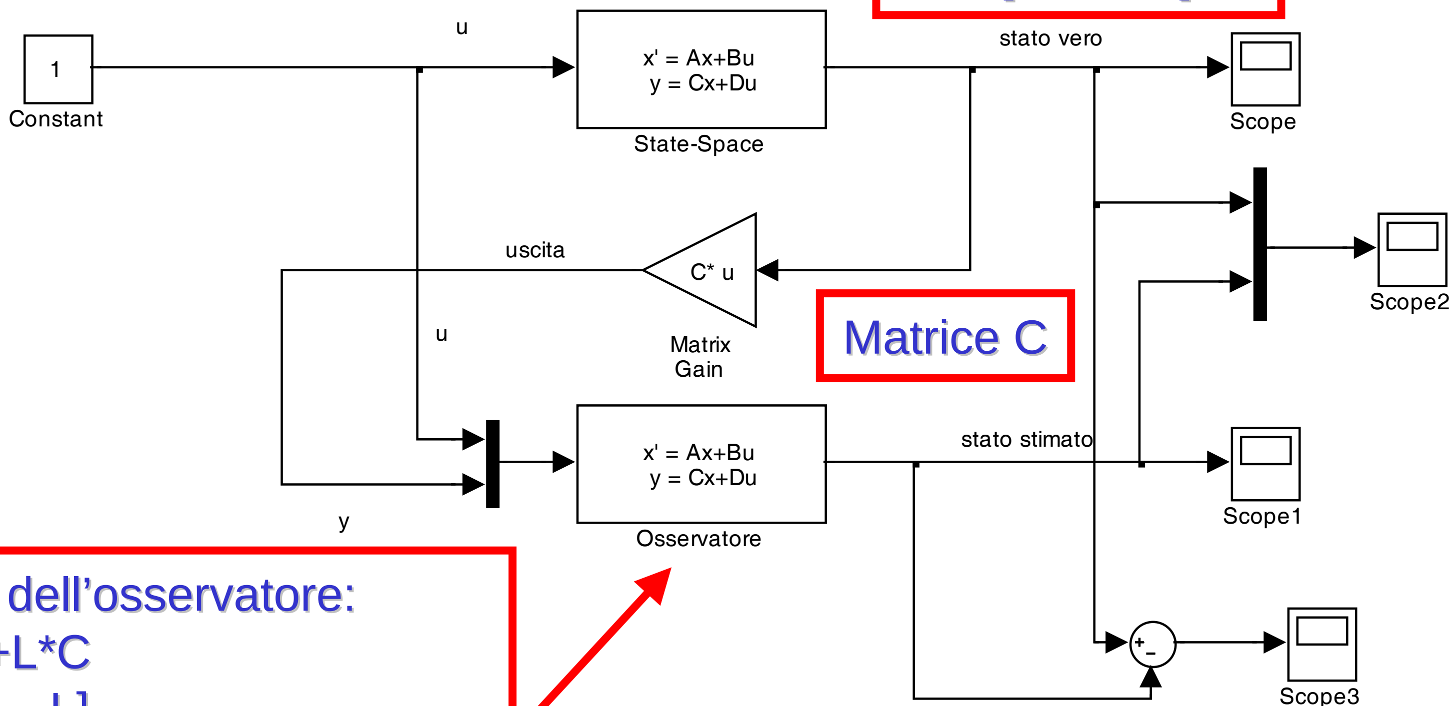
Matrice C

Matrici dell'osservatore:
A: A+L*C
B: [B –L]
C: eye(3)
D: zeros(3,2)
C.I.: 0

Osservatore Dinamico dello Stato in Simulink

Riferimento
costante a 1

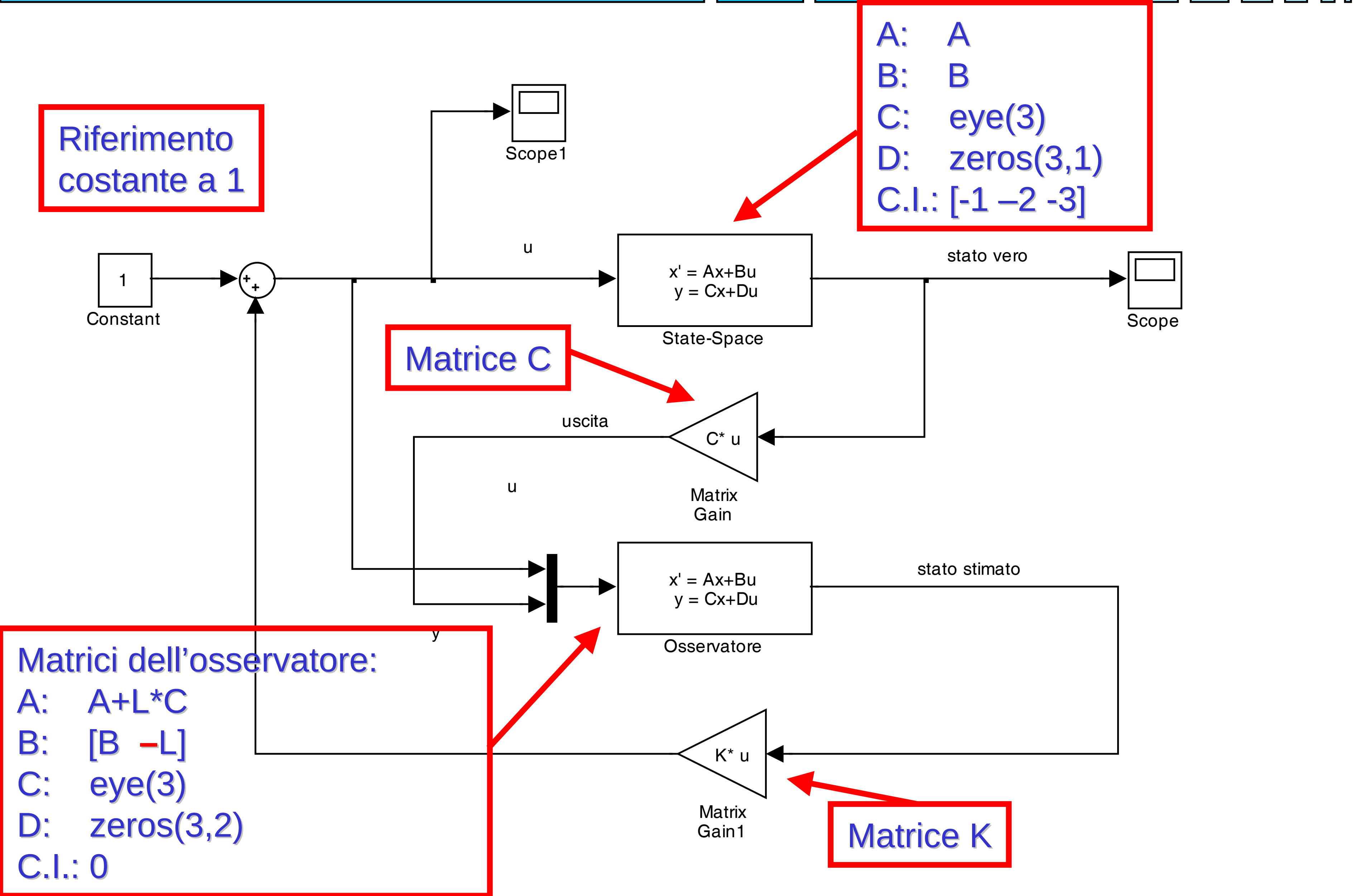
A: A
B: B
C: eye(3)
D: zeros(3,1)
C.I.: [-1 –2 -3]



Matrice C

Matrici dell'osservatore:
A: A+L*C
B: [B –L]
C: eye(3)
D: zeros(3,2)
C.I.: 0

Osservatore Dinamico dello Stato in Simulink



CENNI SU SIMULINK

FINE

… Modello NL…

Modello Simulink per il Pendolo Inverso (1)

```
M = 1
m = 0.1
l = 1
g = 9.8
```

Inizializzazione variabili

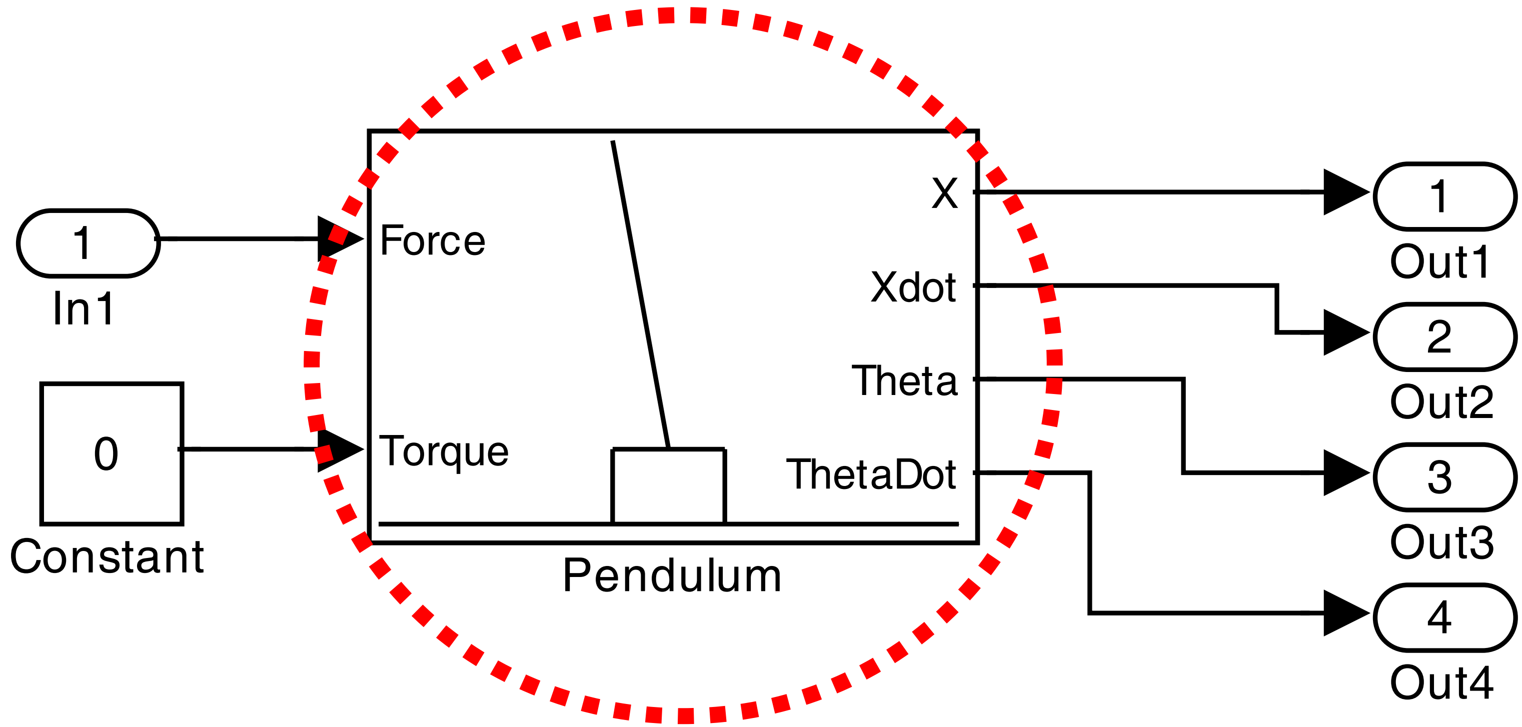
```
Fmax = 20
Botta= 3
PeriodoBotta = 16
PWBotta = 1
DelayBotta = 6
```

Parametri ingresso

```
x0 = 0.2
theta0 = 0.55
StepX = 0.8
TstepX = 15
Tfin = 30
```

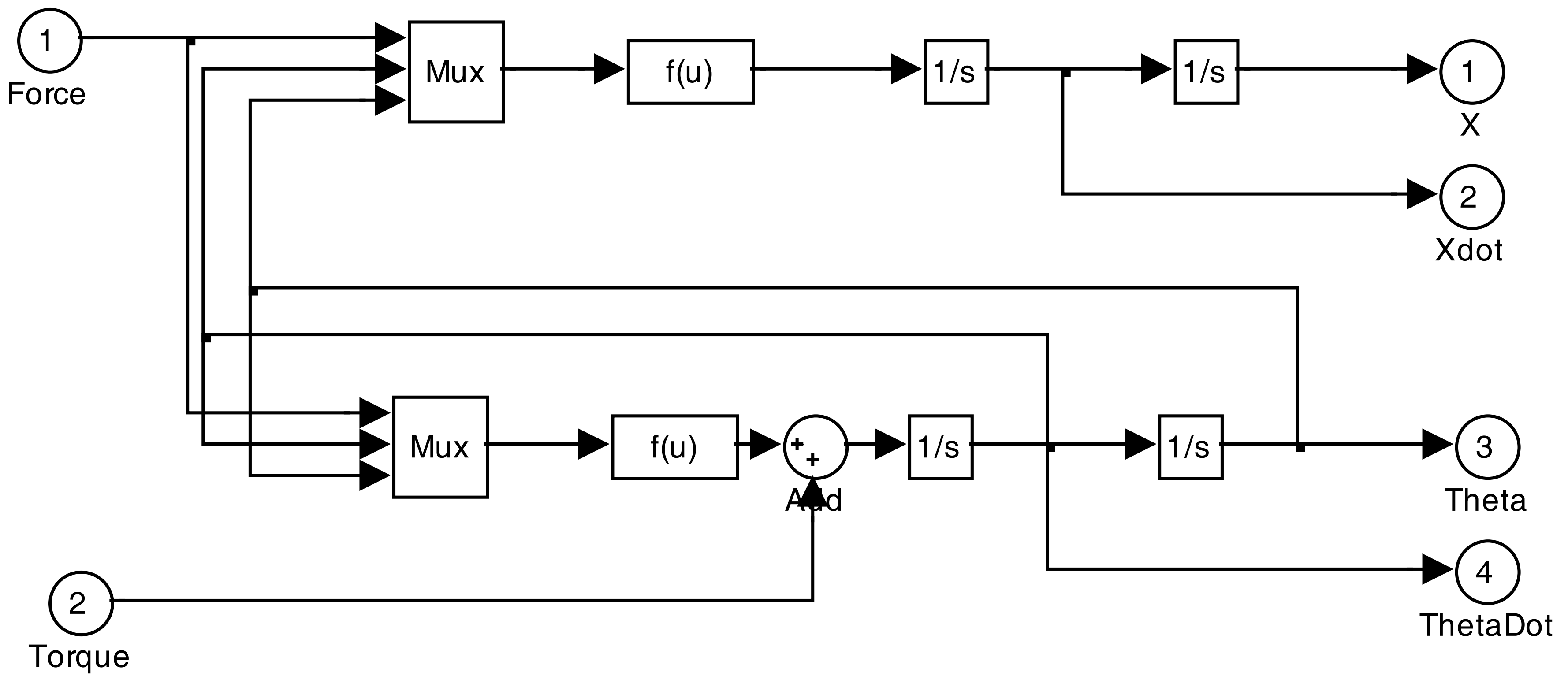
Condizioni iniziali e variabili della simulazione

Modello Simulink per il Pendolo Inverso (2)



Maschera del blocco… Andare dal menù in Edit-> Look under mask…

Modello Simulink per il Pendolo Inverso (3)



Modello non lineare come schema a blocchi di Simulink

Modello Matematico del Pendolo Inverso

$$\boxed{\mathbf{x} = [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4]^T = [x \quad \dot{x} \quad \vartheta \quad \dot{\vartheta}]^T}$$

f(u)

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\[2ex] \dot{x}_2 = \dfrac{mLx_4^2 \sin x_3 - mg \sin x_3 \cos x_3 + u}{M + m \sin^2 x_3} \\[2ex] \dot{x}_3 = x_4 \\[2ex] \dot{x}_4 = \dfrac{-mLx_4^2 \sin x_3 \cos x_3 + (M+m) g \sin x_3 - u \cos x_3}{(M + m \sin^2 x_3) L} \end{cases}$$