Si definisce la funzione di trasferimento $G(s)$ del sistema da controllare:

```
>> s=tf('s')

Transfer function:
s

>> Gs=1/(s*(s+5)^2)

Transfer function:
         1
-------------------
s^3 + 10 s^2 + 25 s
```

e si esportano i vettori che verranno utilizzati nello schema Simulink:

```
>> [numGs,denGs]=tfdata(Gs,'v')

numGs =

     0     0     0     1


denGs =

     1    10    25     0

>>
```

Per fornire una stima preliminare del tempo di assestamento T_a prima di eseguire la simulazione in Simulink, si calcolano le radici del sistema un retroazione unitaria dal luogo delle radici corrispondente:

```
>> R=rlocus(Gs,1)

R =

  -5.4292
```

```
   -4.5302
   -0.0407

>>
```

Si osserva che il sistema chiuso in retroazione unitaria può essere considerato un modello approssimativamente del primo ordine, con polo dominante s e costante di tempo $\tau = 1/s$:

```
>> tau = 1/0.0407

tau =

   24.5700

>> Ta=3/0.0407

Ta =

   73.7101

>> Ta=3*tau

Ta =

   73.7101

>>
```

Il polo dominante è $s = 0.0407$ e la costante di tempo è $\tau = 24.57s$, per cui il tempo di assestamento approssimativo (se il sistema fosse effettivamente del 1° ordine) $T_a = 3/\delta\omega_n = 3\tau = 73.71s$, dove $\delta\omega_n$ è (la parte reale) il polo dominante (0.0407).

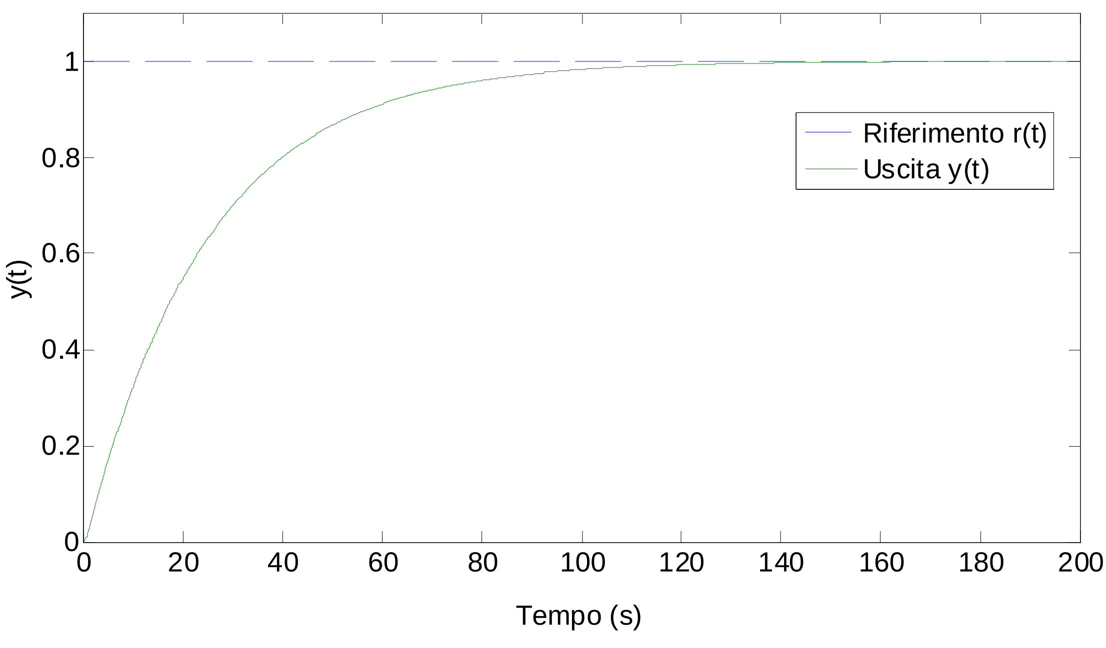
Per avere il valore effettivo del tempo di assestamento del sistema completo, si esegue la simulazione per 200 s, e si utilizza la funzione Matlab per il calcolo numerico del tempo di assestamento e la sovraelongazione:

```
>> lsiminfo(out.ync,out.t)
```

```
ans =

    SettlingTime: 96.2654
             Min: 0
         MinTime: 0
             Max: 0.9997
         MaxTime: 200

>>
```

Si osserva che il sistema non compensato in retroazione unitaria ha un tempo di assestamento di 96.26s senza sovraelongazione. Come mostrato nella figura seguente, il sistema si comporta effettivamente come un modello del 1° ordine, ovvero con una risposta al gradino unitario del tipo:

$$y(t) = 1 - e^{-t/\tau}$$



Si definisce $R(s)$ la funzione di trasferimento della rete correttrice assegnata, nella forma a costanti di tempo, in modo tale che la parte dinamica della rete abbia un guadagno statico unitario, ovvero la rete calcolata per $s = 0$, si ottiene $R(0) = K$.

```
>> Rs=(1+s/4.8)/(1+s/4.5)
```

```
Transfer function:
4.5 s + 21.6
------------
4.8 s + 21.6

>> [numRs,denRs]=tfdata(Rs,'v')

numRs =

    4.5000   21.6000


denRs =

    4.8000   21.6000

>>
```

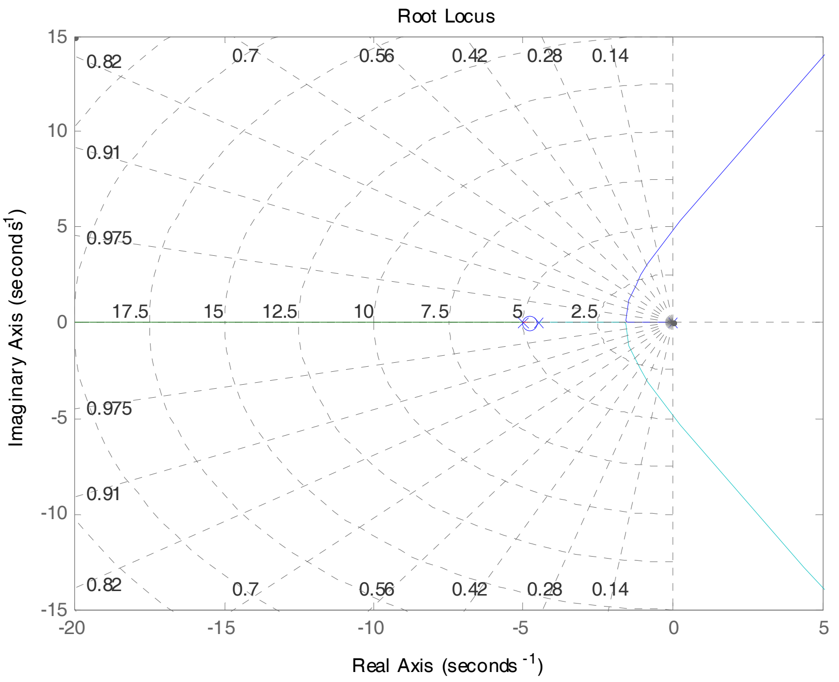
Si sono esportati i vettori che definiscono la funzione di trasferimento per essere usata nello schema Simulink. Si definisce sucessivamente il guadagno di anello $G_a(s) = R(s) \cdot G(s)$:

```
>> Ga=Rs*Gs

Transfer function:
            4.5 s + 21.6
------------------------------------
4.8 s^4 + 69.6 s^3 + 336 s^2 + 540 s

>>
```

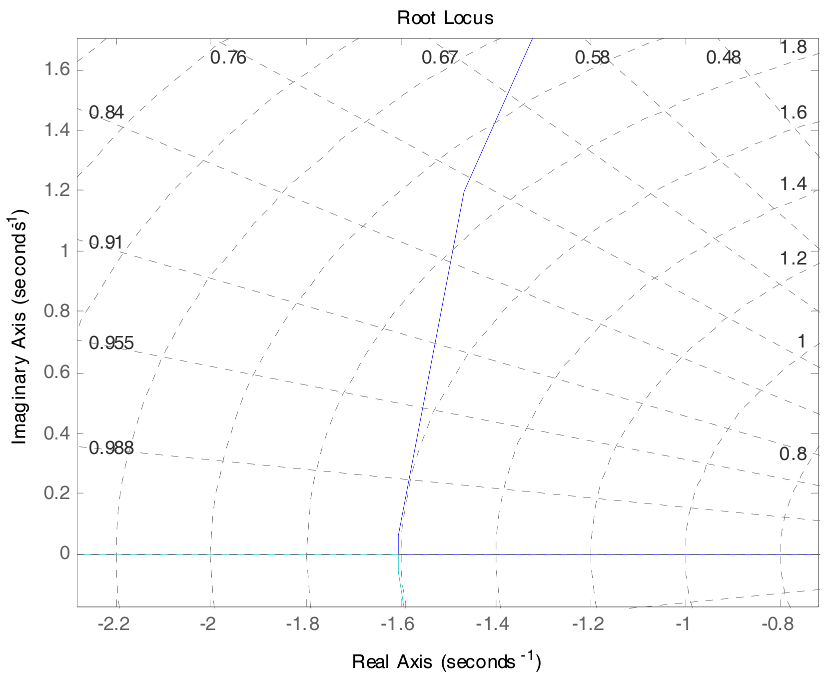
Si disegna quindi il luogo delle radici per il sistema compensato dalla rete $R(s)$:

```
>> rlocus(Ga)
>> sgrid
>>
```

e quindi si sovrappongono i luoghi a sovraelongazione costante, come nella figura seguente:



facendo poi un ingrandimento in modo da avvicinarsi alla retta corrispondente a $\delta \cong 0.85$, come richiesto dal problema.



A questo punto, usando la funzione Matlab, si determina il guadagno iniziale per soddisfare la specifica di sovraelongazione massima $S\% \leq 1\%$, corrispondente appunto al valore di smorzamento $\delta \geq 0.85$.

```
>> K=rlocfind(Ga)
>>
Select a point in the graphics window

selected_point =

  -1.4986 + 0.9351i


K =

   22.6730

>>
```

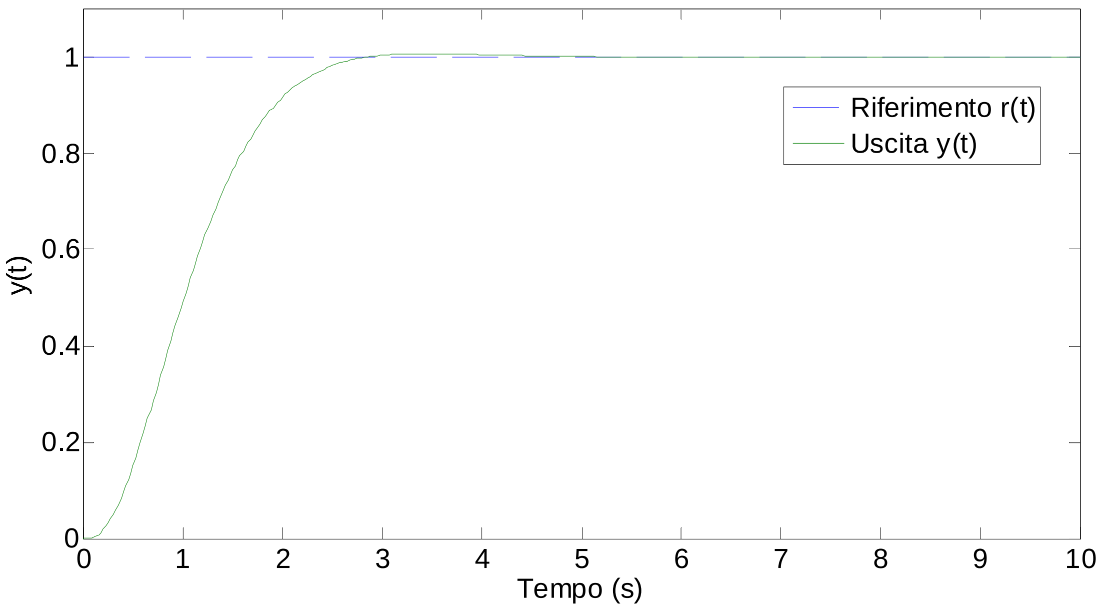
Per tale valore di K si ottiene un tempo di assestamento e massima sovraelongazione riportati sotto:

```
>> lsiminfo(out.yc,out.t)

ans =

    SettlingTime: 2.5287
             Min: 0
         MinTime: 0
             Max: 1.0059
         MaxTime: 3.5500

>>
```

Si noti che viene violata la specifica del tempo di assestamento (2.53*s*), mentre è verificata con un buon margine quella sulla massima sovraelongazione (0.59%). Dal momento che, in generale, un aumento del guadagno K porterebbe ad una diminuzione di T_a e ad un aumento della $S\%$, allora provo ad aumentare di poco il valore del guadagno.

```
>> K=23

K =

    23

>>
```

Il grafico della risposta del sistema con tale valore di guadagno è riportato nella figura seguente:



Effettuata quindi la nuova simulazione per $10s$ con tale valore di guadagno, e si ottengono i seguenti risultati:

```
>> lsiminfo(out.yc,out.t)

ans =

    SettlingTime: 2.4699
             Min: 0
         MinTime: 0
```

```
            Max: 1.0070
        MaxTime: 3.4250
```

Per tale valore di $K=23$, si ha quindi un tempo di assestamento di 2.47*s* e una massima sovraelongazione S%=0.7%.

Si può quindi procedere alla discretizzazione del regolatore $R(s)$, usando il metodo di Tustin, con tempo di campionamento T. Dal momento che il tempo di assestamento T_a è circa 2.5*s*, allora si prende un tempo di campionamento secondo la regola empirica $T = T_a/100$, come impostato nel seguito:

```
>> T=0.025

T =

    0.0250
```

Si calcola quindi il regolatore a tempo discreto $R(z)$ usando la funzione Matlab che esegue la *discretizzazione di Tustin* richiesta:

$$R(z) = R(s)\Big|_{s=\frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1}}$$

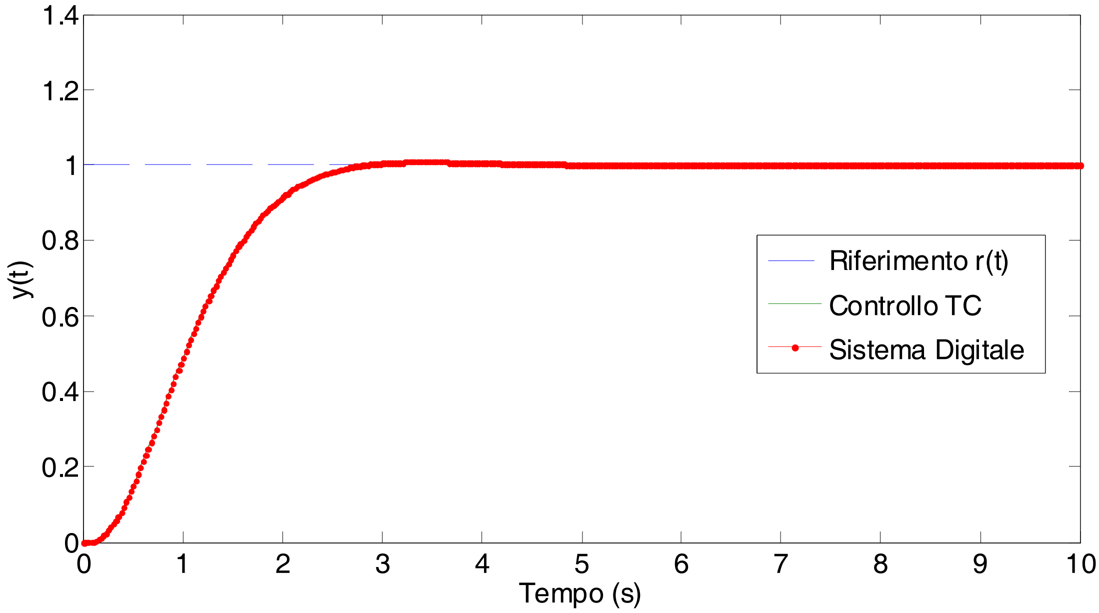
```
>> Rz=c2d(Rs,T,'tu')

Transfer function:
0.9408 z - 0.8343
-----------------
   z - 0.8935

Sampling time (seconds): 0.025

>> [numRz,denRz]=tfdata(Rz,'v')

numRz =

    0.9408   -0.8343
```

```
denRz =

    1.0000   -0.8935
```

Si verifica se il sistema di controllo con regolatore digitale continui a soddisfare le specifiche richieste per il sistema a tempo continuo. Si hanno i seguenti risultati:

```
>> lsiminfo(out.yd,out.t)

ans =

    SettlingTime: 2.4654
             Min: 0
         MinTime: 0
             Max: 1.0078
         MaxTime: 3.4250

>>
```

secondo cui le specifiche sono rispettate anche per il sistema di controllo digitale. La figura seguente illustra l'andamento del sistema digitale, confrontato con quello a tempo continuo.



Risultano quindi $T_a = 2.46s$ e $S\% = 0.78\%$. La figura seguente riporta infine lo schema utilizzato per le simulazioni per la verifica del progetto dei regolatori a tempo continuo ed il sistema di controllo digitale.