Risoluzione dell'Esercizio sulle Reti Anticipatrici e del Progetto Indiretto del Regolatore Digitale

Si inserisca la funzione di trasferimento $G(s)$ assegnata dal problema:

```
>> s=tf('s')

Transfer function:
s

>> Gs=6.087*1e10/(s*(s^3+423.42*s^2+2.667*1e6*s+4.2342*1e8))
Transfer function:
                  6.087e010
---------------------------------------------
s^4 + 423.4 s^3 + 2.667e006 s^2 + 4.234e008 s
```

Si definiscano i polinomi da utilizzare nell'implementazione Simulink per la risoluzione del problema:

```
>> [numGs,denGs]=tfdata(Gs,'v')

numGs =

  1.0e+010 *

         0          0          0          0    6.0870

denGs =
```

```
  1.0e+008 *

    0.0000    0.0000    0.0267    4.2342         0
```

Si verificano le prestazioni del sistema non compensato in retroazione unitaria, le cui risposta è riportata nel seguito:

```
>> lsiminfo(ync,t,1) (oppure >> lsiminfo(out.ync,out.t))

ans =

    SettlingTime: 0.0504
             Min: -6.7173e-060
         MinTime: 3.1554e-030
             Max: 1.1460
         MaxTime: 0.0239
```

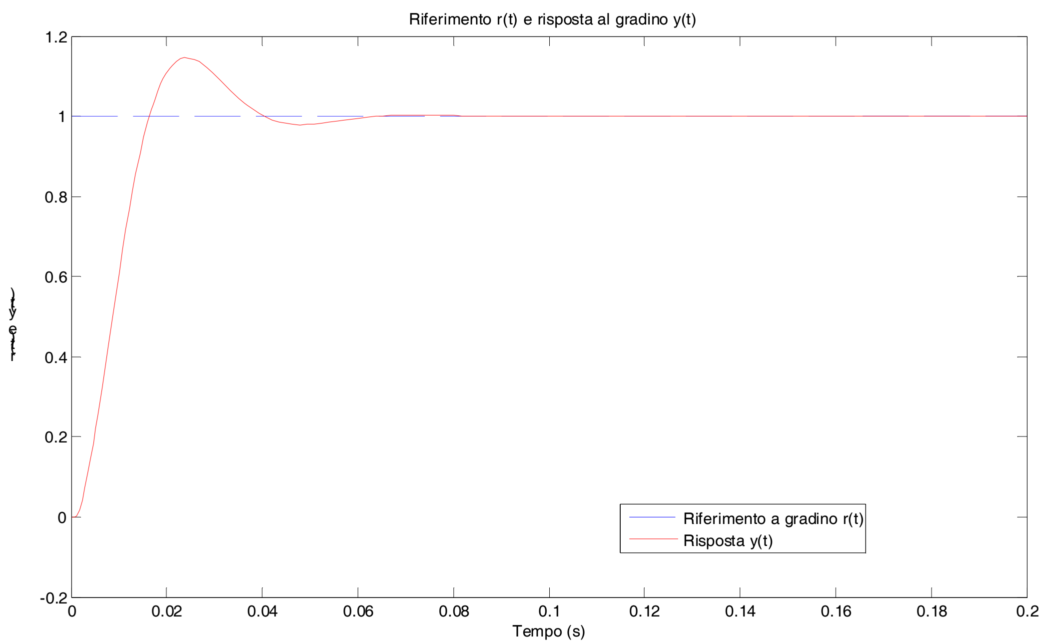
Si noti come il sistema non compensato in retroazione unitaria abbia una sovraelongazione $S\% = 14.60\%$ e un tempo di assestamento $T_a \cong 0.05$, che non rispettano le condizioni richieste dal problema.

Si inserisce in Matlab la prima rete correttrice proposta dal problema, $R_1(s)$, per un valore del guadagno K_1 unitario:

```
>> R1s=(1+s/130)/(1+s/300)

Transfer function:
300 s + 39000
```

```
-------------
130 s + 39000
```

Nel grafico seguente viene riportata la risposta del sistema non compensato in retroazione unitaria ed il gradino unitario di riferimento.



Vengono poi definiti i vettori utilizzati per l'implementazione dello schema di controllo in Simulink:

```
>> [numR1s,denR1s]=tfdata(R1s,'v')

numR1s =

         300         39000

denR1s =
```

```
         130         39000
```

Si inserisce successivamente in Matlab la seconda rete correttrice proposta, $R_2(s)$, per un valore del guadagno K_2 unitario:

```
>> R2s=(1+s/51)/(1+s/300)

Transfer function:
300 s + 15300
-------------
51 s + 15300

>> [numR2s,denR2s]=tfdata(R2s,'v')
```

Anche per tale rete correttrice vengono definiti i vettori utilizzati per l'implementazione dello schema di controllo in Simulink:

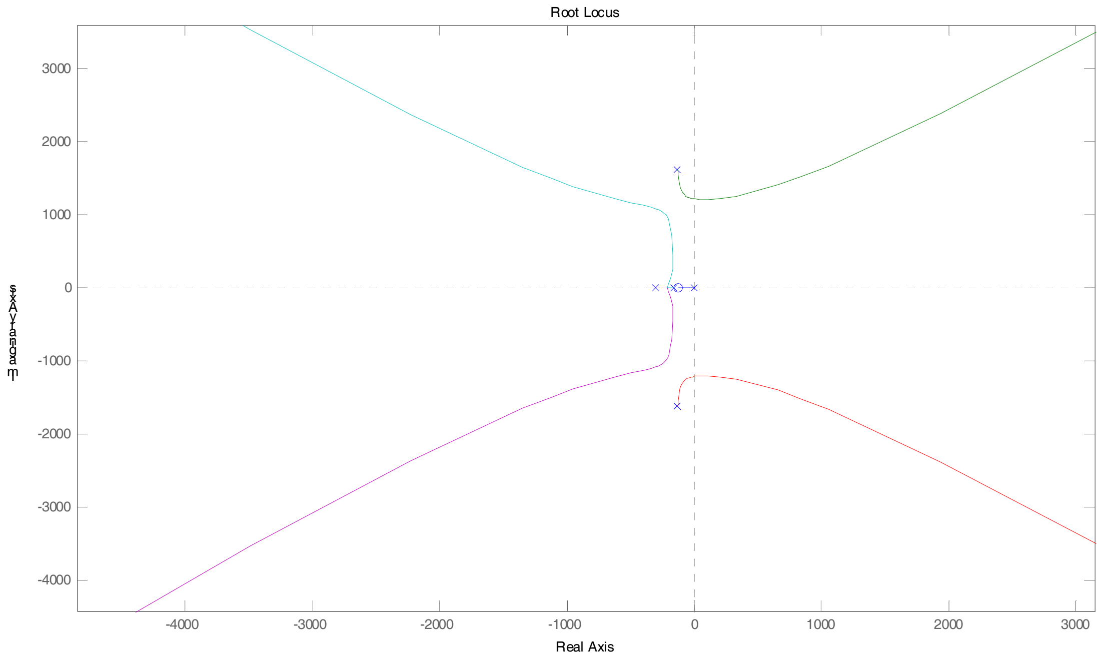
```
numR2s =

         300         15300

denR2s =

          51         15300
```

Si definiscono in Matlab le funzioni guadagno di anello che verranno utilizzate per graficare i corrispondenti luoghi delle radici:

```
>>

>> Ga1=R1s*Gs

Transfer function:
                       1.826e013 s + 2.374e015
----------------------------------------------------------------------
130 s^5 + 9.404e004 s^4 + 3.632e008 s^3 + 1.591e011 s^2 + 1.651e013 s

>> Ga2=R2s*Gs

Transfer function:
                      1.826e013 s + 9.313e014
--------------------------------------------------------------------
51 s^5 + 3.689e004 s^4 + 1.425e008 s^3 + 6.24e010 s^2 + 6.478e012 s

>>
```

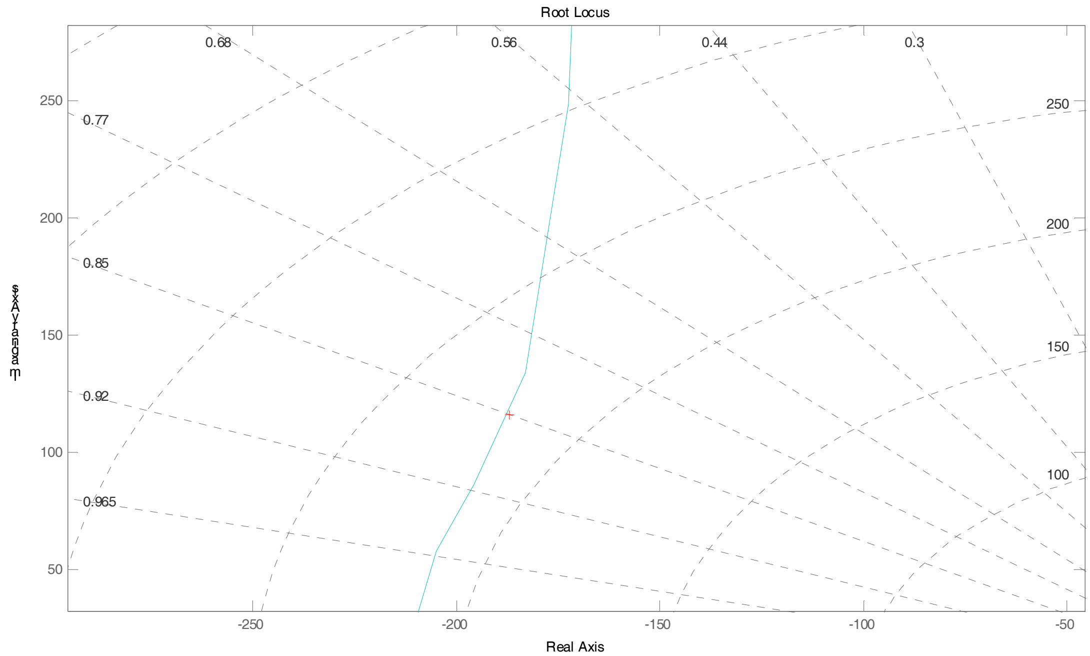
Si disegna in Matlab il luogo delle radici per il sistema $G(s)$ compensato dalla prima rete correttrice $R_1(s)$:

```
>>
>> rlocus(Ga1)
>>
```



Nella finestra così ottenuta in Matlab ci si concentra nella zona di interesse nel semipiano sinistro, si disegnano i luoghi a δ costante con la funzione `sgrid`, e si utilizza lo strumento interattivo di `rlocfind` per determinare il guadagno K_1 che porta i poli del sistema compensato i retroazione ad intersecare approssimativamente i luoghi costanti $\delta \cong 0.85$.

```
>> sgrid
>> K1=rlocfind(Ga1)
Select a point in the graphics window

selected_point =

 -1.8737e+002 +1.1590e+002i

>>
```



K1 =

0.6047

```
>>
```

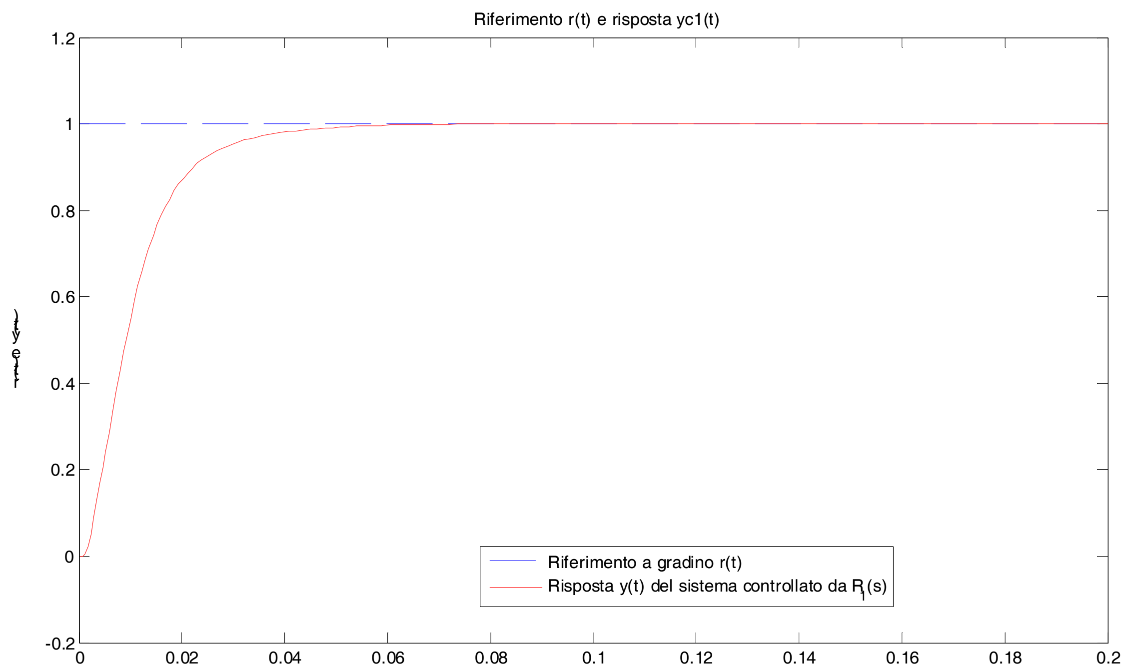
Quando il guadagno così determinato viene inserito nello schema Simulink, le prestazioni ottenute sono le seguenti:

>> **lsiminfo(yc1,t,1)** (oppure >> lsiminfo(out.yc1,out.t))

```
ans =

    SettlingTime: 0.0397
             Min: -2.2949e-061
```

```
MinTime: 3.1554e-030
    Max: 1.0001
MaxTime: 0.1819
```

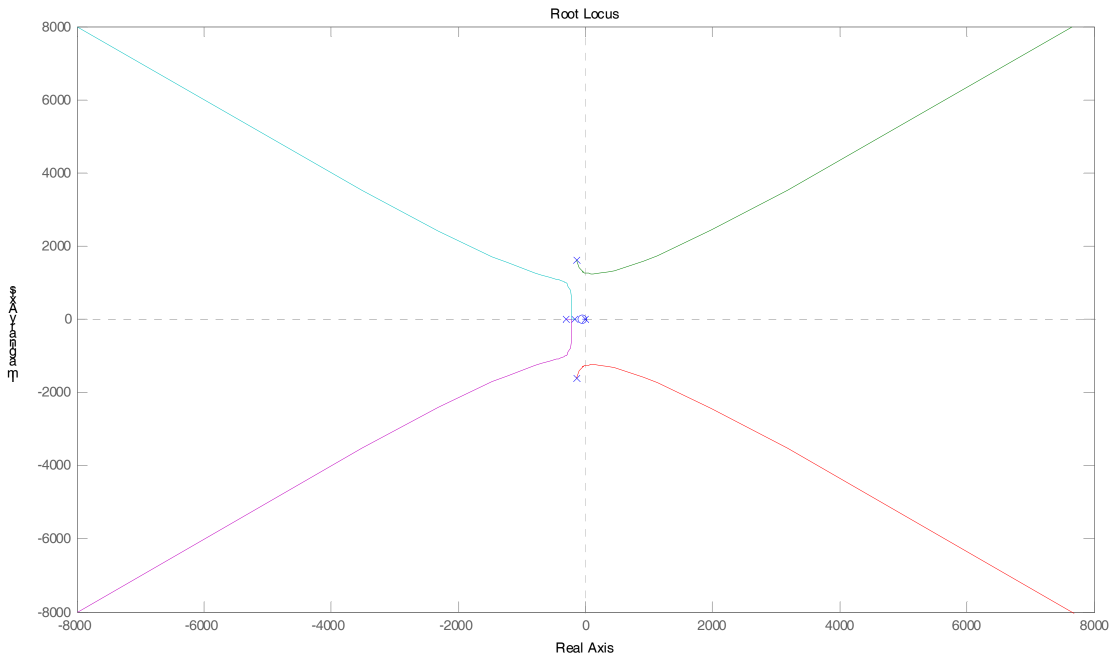
La figura seguente riporta il grafico della risposta dello schema in retroazione unitaria con $R_1(s)$ ed il gradino unitario di riferimento:



Si osservi come le prestazioni determinate dal valore del guadagno K_1 così determinato soddisfino abbondantemente le specifiche richieste ($T_a \leq 0.15s$ e $S\% \leq 1\%$). Allo stesso modo, si procede alla determinazione dello schema di controllo utilizzando la seconda rete correttrice proposta, $R_2(s)$.

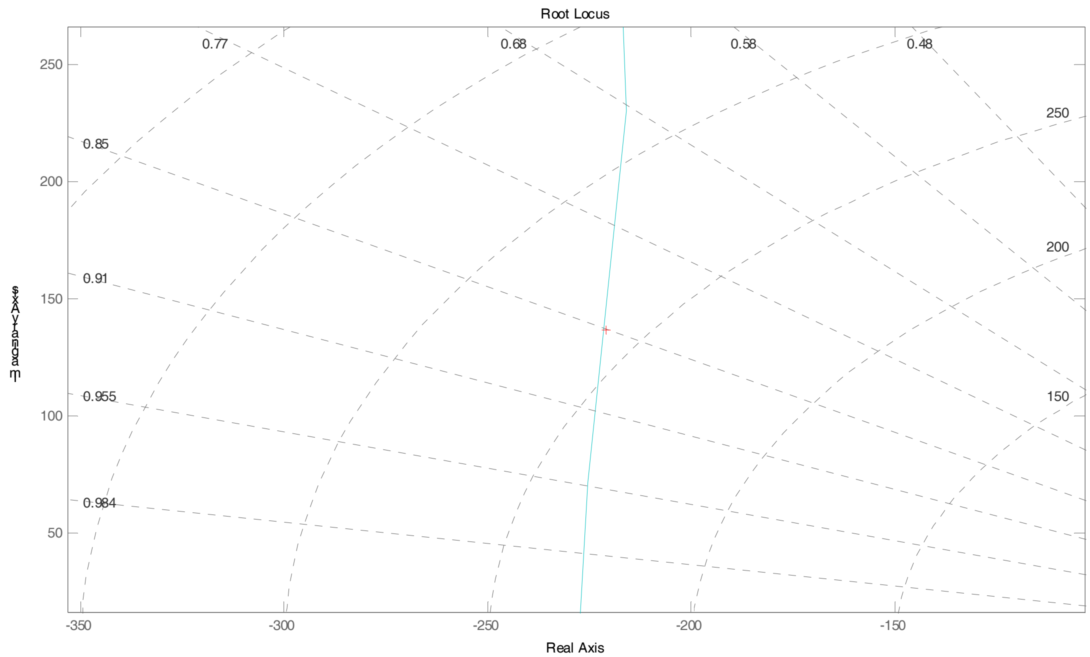
Si disegna quindi il luogo delle radici per il sistema $G(s)$ compensato dalla seconda rete correttrice $R_2(s)$:

```
>> rlocus(Ga2)
```



Si ripete lo stesso procedimento già utilizzato per la prima rete correttrice, e si determina il guadagno K_2:

```
>> sgrid
>> K2=rlocfind(Ga2)
Select a point in the graphics window

selected_point =

 -2.2105e+002 +1.3677e+002i

K2 =

    0.2036
```



Il guadagno così determinato viene inserito nello schema Simulink, e si ottengono le seguenti prestazioni:

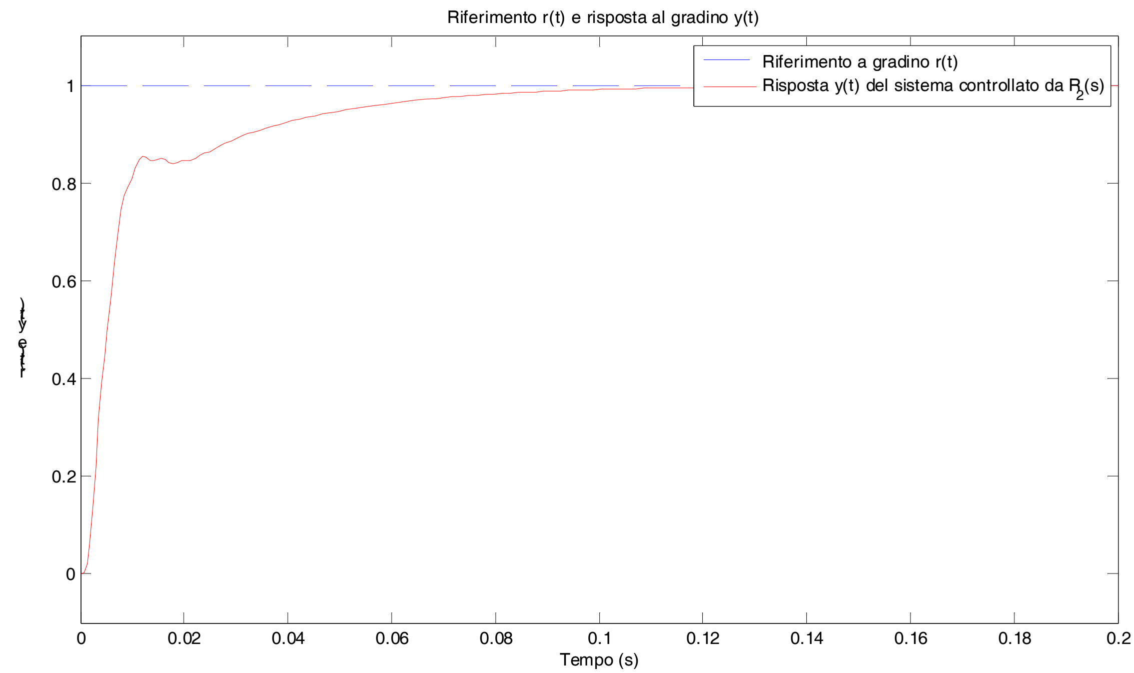
```
>> lsiminfo(yc2,t,1) (oppure >> lsiminfo(out.yc2,out.t))

ans =

    SettlingTime: 0.1658
             Min: -1.2555e-059
         MinTime: 3.1554e-030
             Max: 0.9904
         MaxTime: 0.2000
```

Si osservi come il guadagno K_2 non permetta di rispettare la specifica sul tempo di assestamento T_a, dovendo essere inferiore a $0.15s$. Si prova quindi ad assegnare a K_2 lo stesso valore di K_1, così che le prestazioni saranno determinate solo dalla diversa posizione degli zeri nelle reti correttrici utilizzate ($s = -130$ per $R_1(s)$ e $s = -51$ per $R_2(s)$), sempre di tipo anticipatrice.

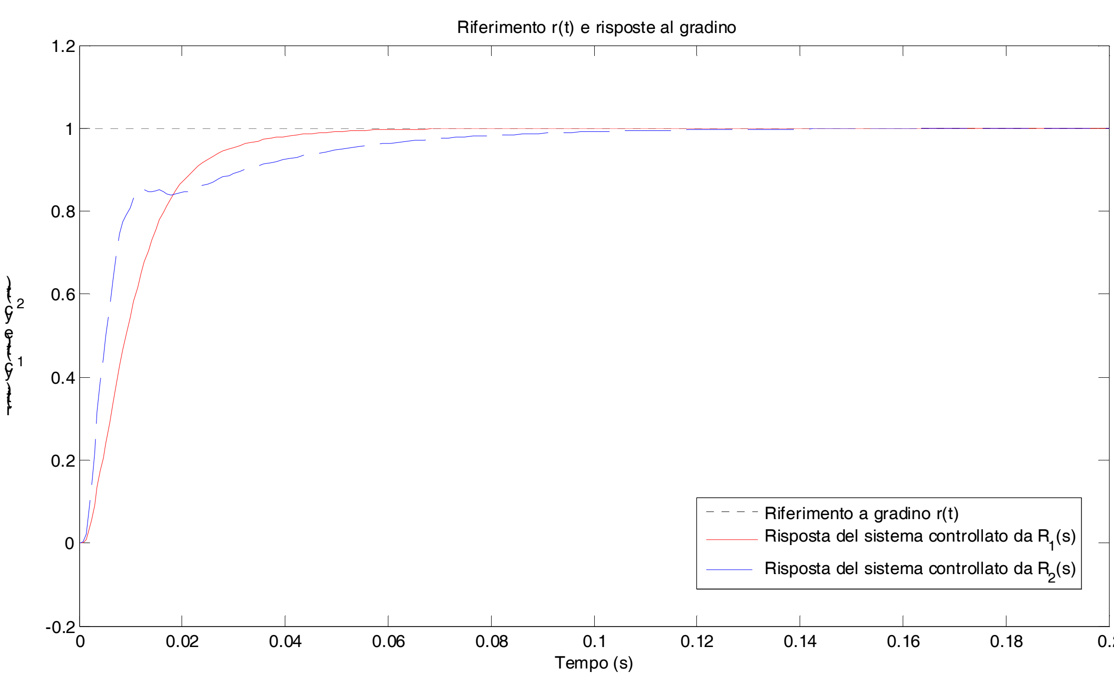
```
>> K2 = K1

K2 =

    0.6047

>>

>> lsiminfo(yc2,t,1) (oppure >> lsiminfo(out.yc2,out.t))

ans =

    SettlingTime: 0.0765
             Min: -2.8795e-060
         MinTime: 3.1554e-030
             Max: 0.9998
         MaxTime: 0.1984
```

Per tale valore di $K_2 = K_1$, anche lo schema di controllo che utilizza la seconda rete correttrice $R_2(s)$ riesce a rispettare abbondantemente le specifiche richieste. La risposta del sistema compensato da $R_2(s)$ è riportata nella figura seguente:

```
>>
```



Nella figura seguente vengono invece confrontate le due risposte dei sistemi compensati dalla due reti:



Si osservi come la risposta del sistema compensato da $R_2(s)$ sia più "veloce", perché ad esempio risulta inferiore il tempo che impiega per raggiungere il 50% del suo valore di regime (tempo di ritardo).

In maniera quantitativa, la "prontezza" di un sistema in retroazione può essere anche verificata valutando la larghezza di banda della sua risposta in frequenza. Tali valori vengono calcolati come segue, quindi valutando la larghezza di banda di:

$$G_{r1}(s) = \frac{R_1(s)*G(s)}{1+R_1(s)*G(s)} \;\text{ e }\; G_{r2}(s) = \frac{R_2(s)*G(s)}{1+R_2(s)*G(s)}$$

dove:

$$R_1(s) = K_1\frac{1+s/130}{1+s/300} \;\text{ e }\; R_2(s) = K_2\frac{1+s/51}{1+s/300}$$

```
>> Gr1=K1*Ga1/(1+K1*Ga1)


Transfer function:


1.436e015 s^6 + 1.225e018 s^5 + 4.146e021 s^4 + 2.278e024 s^3 +
4.107e026 s^2



                                                              +
2.371e028 s


---------------------------------------------------------------------
---------

 16900 s^10 + 2.445e007 s^9 + 1.033e011 s^8 + 1.097e014 s^7 +
1.676e017 s^6


         + 1.199e020 s^5 + 4.144e022 s^4 + 7.531e024 s^3 + 6.834e026
s^2
```

+
2.371e028 s

>>

>> **Gr2=K2*Ga2/(1+K2*Ga2)**

Transfer function:

5.632e014 s^6 + 4.362e017 s^5 + 1.594e021 s^4 + 7.693e023 s^3 +
1.067e026 s^2

+
3.649e027 s

2601 s^10 + 3.763e006 s^9 + 1.59e010 s^8 + 1.688e013 s^7 +
2.613e016 s^6

+ 1.87e019 s^5 + 7.334e021 s^4 + 1.578e024 s^3 + 1.487e026
s^2

+
3.649e027 s

>>

La larghezza di banda viene determinata in pratica utilizzando la funzione Matlab `bandwidth`:

```
>> bandwidth(Gr1)

ans =

  115.7407

>> bandwidth(Gr2)

ans =

  270.1613
```

Si osservi quindi come la larghezza di banda maggiore sia effettivamente ottenuta attraverso la seconda rete correttrice $R_2(s)$, ovvero pari a 270.16 rad/s. Tale rete $R_2(s)$ sarà perciò quella da discretizzare secondo il metodo di Tustin per completare la soluzione del problema.

Si fissa un tempo di campionamento basandosi sul tempo di assestamento del sistema iniziale, che risultava essere $T_a \cong 0.05s$. Si applica quindi la formula empirica:

```
>> T=0.05/100

T =

  5.0000e-004
```

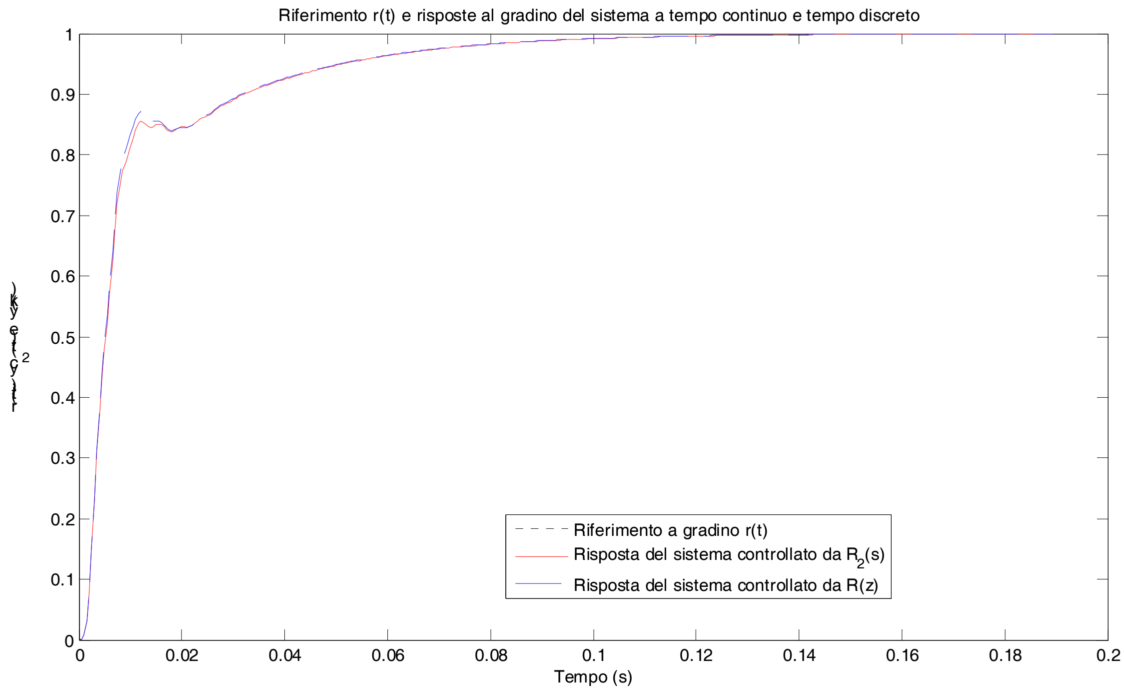
e successivamente si calcola l'equivalente a tempo discreto della rete correttrice $R_2(s)$ secondo il metodo di Tustin, come richiesto dal problema:

```
>> Rz=c2d(R2s,T,'tu')

Transfer function:
5.542 z - 5.402
---------------
  z - 0.8605

Sampling time: 0.0005
```

Si definiscono i vettori utilizzati nello schema di controllo in Simulink a tempo discreto:

```
>> [numRz,denRz]=tfdata(Rz,'v')

numRz =

    5.5417   -5.4022

denRz =

    1.0000   -0.8605

>>
```

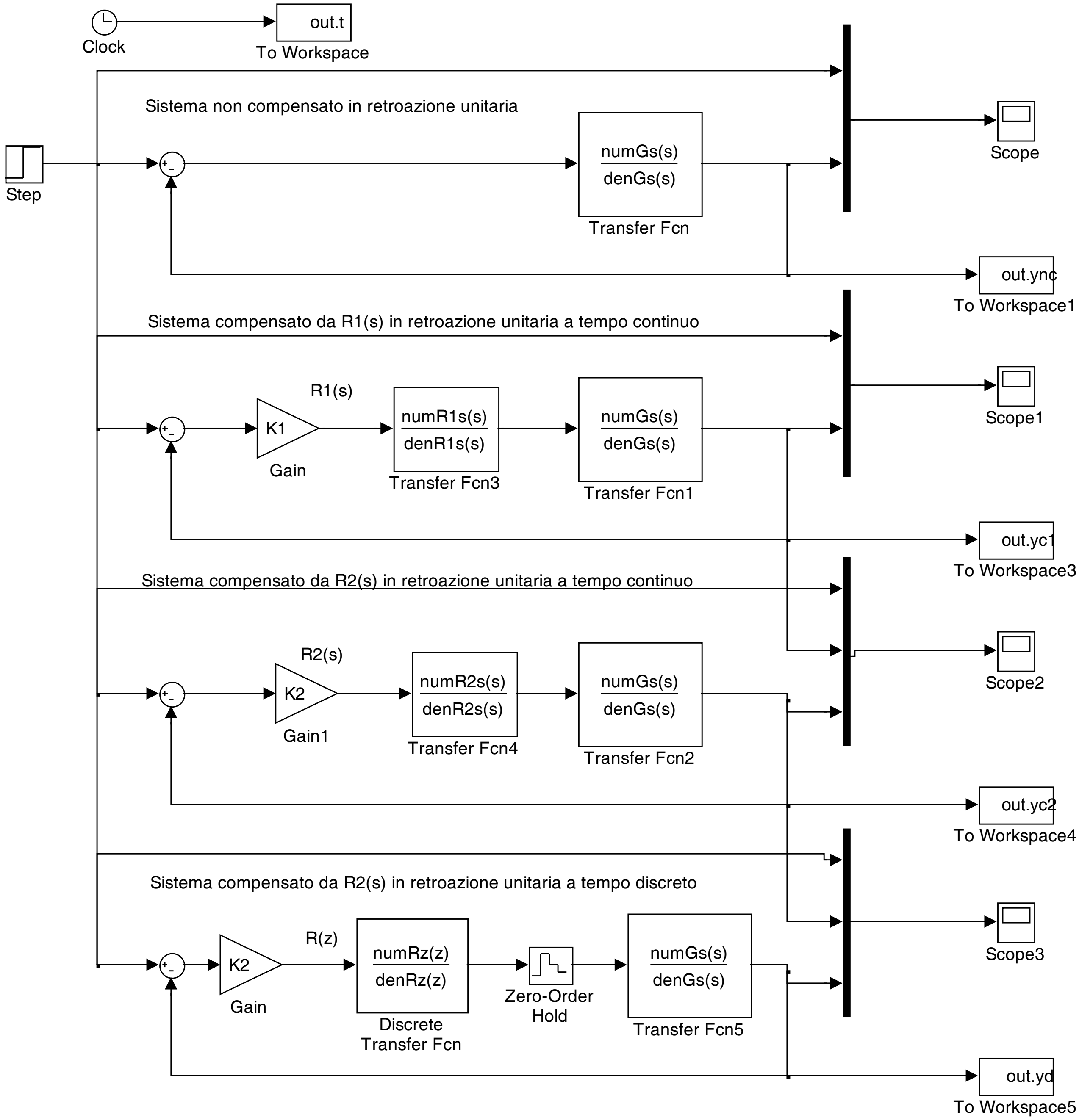
Nel grafico seguente vengono confrontate la risposta del sistema compensato a tempo continuo da $R_2(s)$, e quella ottenuta dallo schema con mantenitore di ordine zero e regolatore digitale $R(z)$.



Si osservi inoltre che le prestazioni ottenute con lo schema di controllo digitale consentono di continuare a soddisfare le specifiche definite per il sistema a tempo continuo:

```
>> lsiminfo(yd,t,1) (oppure >> lsiminfo(out.yd,out.t))

ans =

    SettlingTime: 0.0757
             Min: -1.5469e-060
         MinTime: 3.1554e-030
             Max: 0.9998
         MaxTime: 0.2000
```

Nell’ultima figura si riporta infine lo schema complessivo Simulink realizzato per ottenere i grafici rappresentati nelle figure precedenti:


Clock
out.t
To Workspace
Sistema non compensato in retroazione unitaria
Step
numGs(s)
denGs(s)
Transfer Fcn
Scope
out.ync
To Workspace1
Sistema compensato da R1(s) in retroazione unitaria a tempo continuo
R1(s)
K1
Gain
numR1s(s)
denR1s(s)
Transfer Fcn3
numGs(s)
denGs(s)
Transfer Fcn1
Scope1
out.yc1
To Workspace3
Sistema compensato da R2(s) in retroazione unitaria a tempo continuo
R2(s)
K2
Gain1
numR2s(s)
denR2s(s)
Transfer Fcn4
numGs(s)
denGs(s)
Transfer Fcn2
Scope2
out.yc2
To Workspace4
Sistema compensato da R2(s) in retroazione unitaria a tempo discreto
R(z)
K2
Gain
numRz(z)
denRz(z)
Discrete
Transfer Fcn
Zero-Order
Hold
numGs(s)
denGs(s)
Transfer Fcn5
Scope3
out.yd
To Workspace5