

Risoluzione dell'Esercizio sulle Reti Anticipatrici e del Progetto Indiretto del Regolatore Digitale

Si inserisca la funzione di trasferimento $G(s)$ assegnata dal problema:

```
>> s=tf('s')
```

Transfer function:

s

```
>> Gs=6.087*1e10/(s*(s^3+423.42*s^2+2.667*1e6*s+4.2342*1e8))
```

Transfer function:

6.087e010

s^4 + 423.4 s^3 + 2.667e006 s^2 + 4.234e008 s

Si definiscano i polinomi da utilizzare nell'implementazione Simulink per la risoluzione del problema:

```
>> [numGs,denGs]=tfdata(Gs,'v')
```

numGs =

1.0e+010 *

0 0 0 0 6.0870

denGs =

```
1.0e+008 *
```

```
0.0000    0.0000    0.0267    4.2342    0
```

Si verificano le prestazioni del sistema non compensato in retroazione unitaria, le cui risposta è riportata nel seguito:

```
>> lsiminfo(ync,t,1)
```

```
ans =
```

```
SettlingTime: 0.0504  
           Min: -6.7173e-060  
           MinTime: 3.1554e-030  
           Max: 1.1460  
           MaxTime: 0.0239
```

Si noti come il sistema non compensato in retroazione unitaria abbia una sovraelongazione $S\% = 14.60\%$ e un tempo di assestamento $T_a \cong 0.05$, che non rispettano le condizioni richieste dal problema.

Si inserisce in Matlab la prima rete corretttrice proposta dal problema, $R_1(s)$, per un valore del guadagno K_1 unitario:

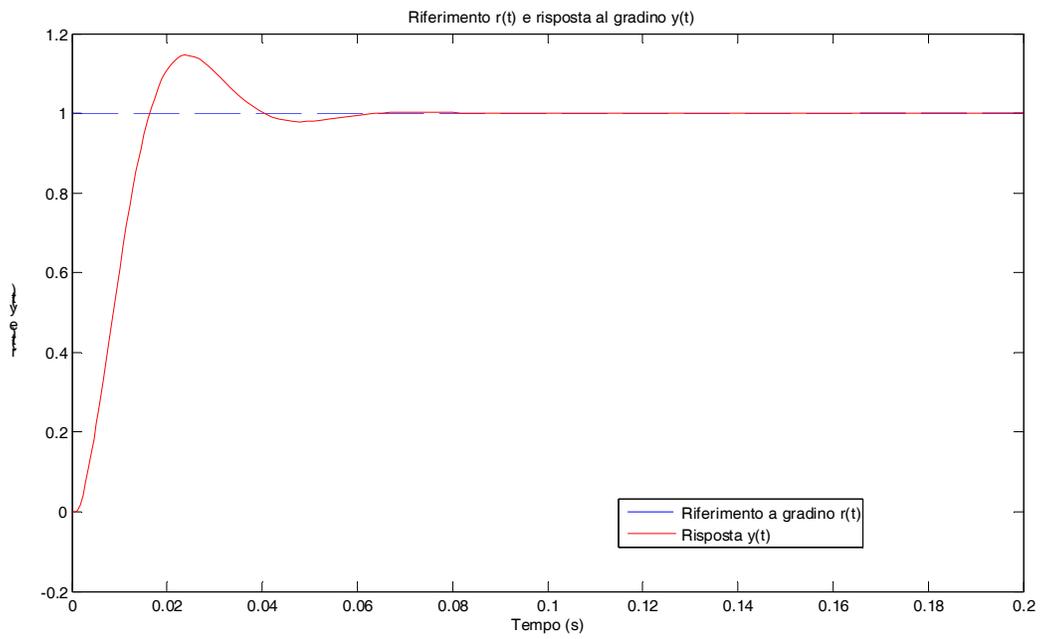
```
>> R1s=(1+s/130)/(1+s/300)
```

```
Transfer function:
```

```
300 s + 39000
```

130 s + 39000

Nel grafico seguente viene riportata la risposta del sistema non compensato in retroazione unitaria ed il gradino unitario di riferimento.



Vengono poi definiti i vettori utilizzati per l'implementazione dello schema di controllo in Simulink:

```
>> [numR1s,denR1s]=tfdata(R1s,'v')
```

numR1s =

300 39000

denR1s =

130 39000

Si inserisce successivamente in Matlab la seconda rete corretttrice proposta, $R_2(s)$, per un valore del guadagno K_2 unitario:

```
>> R2s=(1+s/51)/(1+s/300)
```

Transfer function:

```
300 s + 15300
```

```
-----
```

```
51 s + 15300
```

```
>> [numR2s,denR2s]=tfdata(R2s,'v')
```

Anche per tale rete corretttrice vengono definiti i vettori utilizzati per l'implementazione dello schema di controllo in Simulink:

```
numR2s =
```

```
      300      15300
```

```
denR2s =
```

```
      51      15300
```

Si definiscono in Matlab le funzioni guadagno di anello che verranno utilizzate per graficare i corrispondenti luoghi delle radici:

>>

>> **Ga1=R1s*Gs**

Transfer function:

$$1.826e013 s + 2.374e015$$

130 s^5 + 9.404e004 s^4 + 3.632e008 s^3 + 1.591e011 s^2 + 1.651e013 s

>> Ga2=R2s*Gs

Transfer function:

$$1.826e013 s + 9.313e014$$

51 s^5 + 3.689e004 s^4 + 1.425e008 s^3 + 6.24e010 s^2 + 6.478e012 s

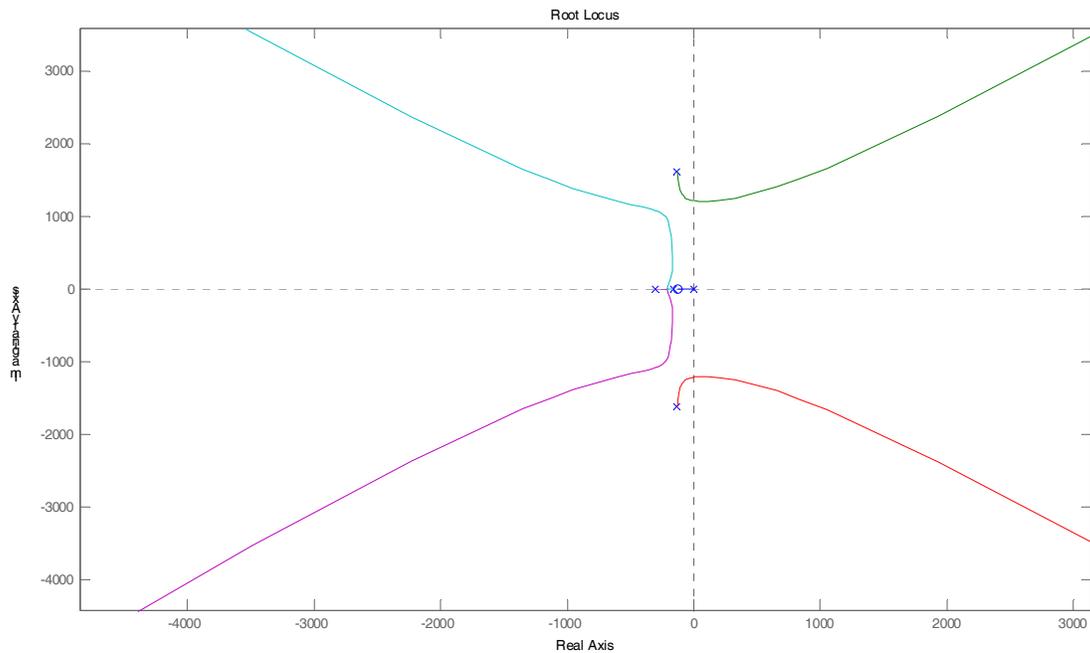
>>

Si disegna in Matlab il luogo delle radici per il sistema $G(s)$ compensato dalla prima rete correttiva $R_1(s)$:

>>

>> **rlocus(Ga1)**

>>



Nella finestra così ottenuta in Matlab ci si concentra nella zona di interesse nel semipiano sinistro, si disegnano i luoghi a δ costante con la funzione `sgrid`, e si utilizza lo strumento interattivo di `rlocfind` per determinare il guadagno K_1 che porta i poli del sistema compensato in retroazione ad intersecare approssimativamente i luoghi costanti $\delta \cong 0.85$.

```
>> sgrid
```

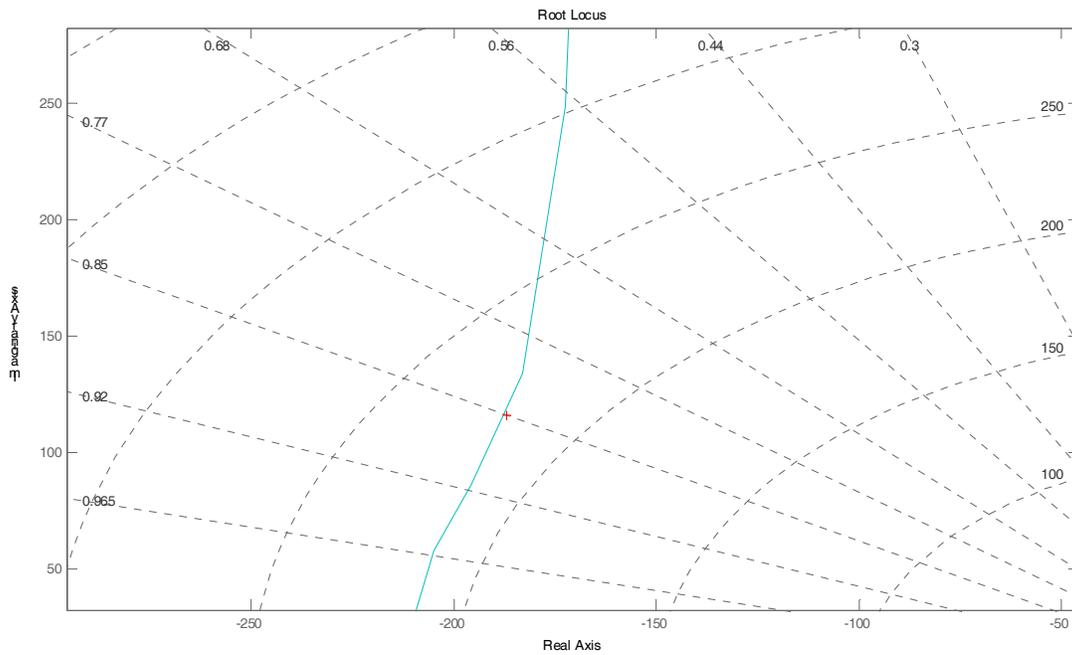
```
>> K1=rlocfind(Ga1)
```

Select a point in the graphics window

```
selected_point =
```

```
-1.8737e+002 +1.1590e+002i
```

```
>>
```



K1 =

0.6047

>>

Quando il guadagno così determinato viene inserito nello schema Simulink, le prestazioni ottenute sono le seguenti:

>> **lsiminfo(yc1,t,1)**

ans =

SettlingTime: **0.0397**

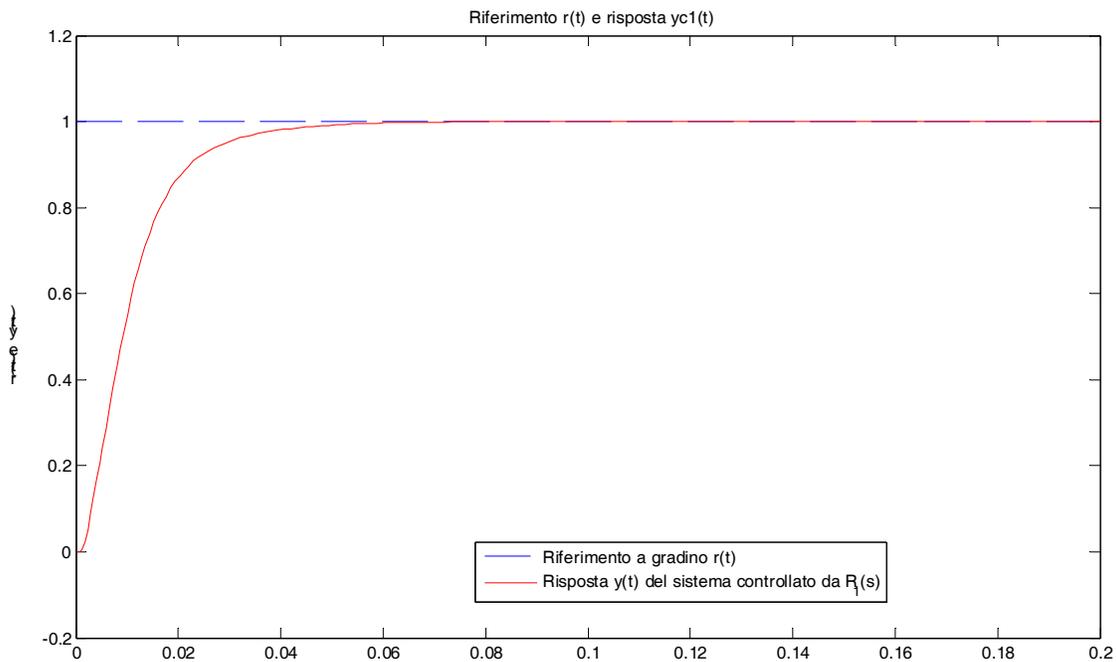
Min: $-2.2949e-061$

MinTime: 3.1554e-030

Max: **1.0001**

MaxTime: 0.1819

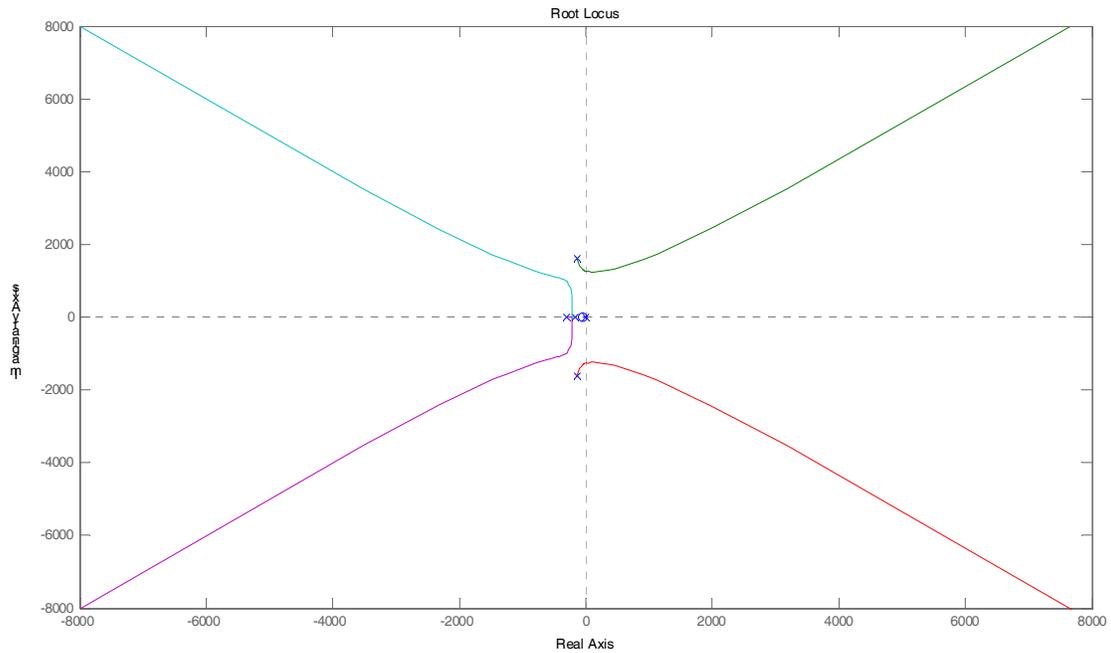
La figura seguente riporta il grafico della risposta dello schema in retroazione unitaria con $R_1(s)$ ed il gradino unitario di riferimento:



Si osservi come le prestazioni determinate dal valore del guadagno K_1 così determinato soddisfino abbondantemente le specifiche richieste ($T_a \leq 0.15s$ e $S\% \leq 1\%$). Allo stesso modo, si procede alla determinazione dello schema di controllo utilizzando la seconda rete correttiva proposta, $R_2(s)$.

Si disegna quindi il luogo delle radici per il sistema $G(s)$ compensato dalla seconda rete correttiva $R_2(s)$:

```
>> rlocus(Ga2)
```



Si ripete lo stesso procedimento già utilizzato per la prima rete correttiva, e si determina il guadagno K_2 :

```
>> sgrid
```

```
>> K2=rlocfind(Ga2)
```

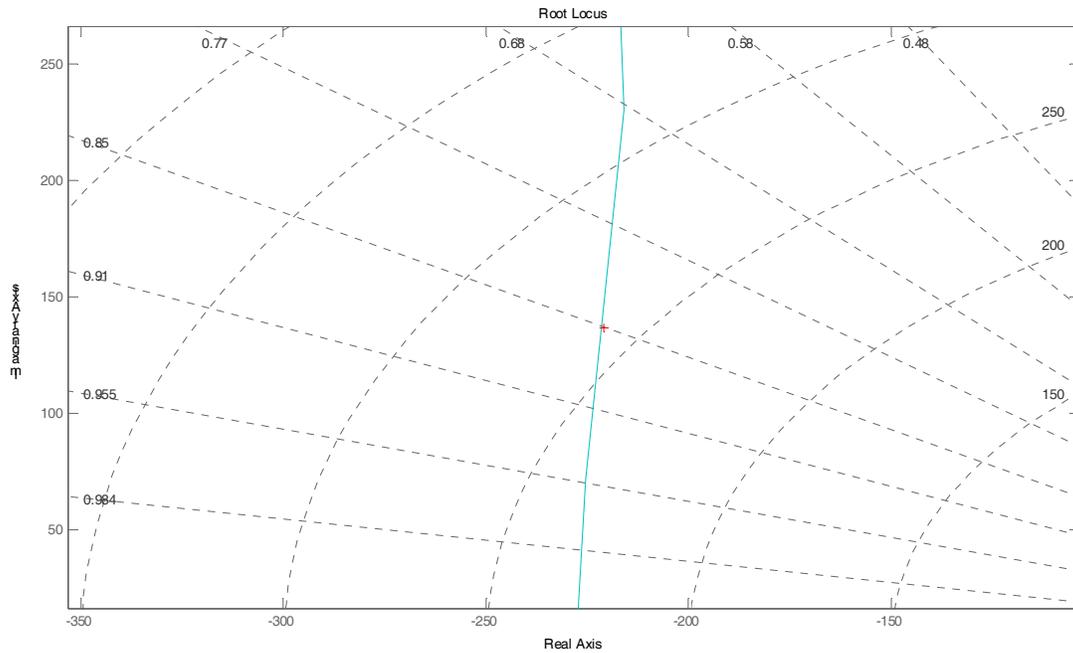
Select a point in the graphics window

```
selected_point =
```

```
-2.2105e+002 +1.3677e+002i
```

```
K2 =
```

```
0.2036
```



Il guadagno così determinato viene inserito nello schema Simulink, e si ottengono le seguenti prestazioni:

```
>> lsiminfo(yc2,t,1)
```

ans =

SettlingTime: **0.1658**

Min: -1.2555e-059

MinTime: 3.1554e-030

Max: **0.9904**

MaxTime: 0.2000

Si osservi come il guadagno K_2 non permetta di rispettare la specifica sul tempo di assestamento T_a , dovendo essere inferiore a $0.15s$. Si prova quindi ad assegnare a K_2 lo stesso valore di K_1 , così che le prestazioni saranno determinate solo dalla diversa posizione degli zeri nelle reti correttrici utilizzate ($s = -130$ per $R_1(s)$ e $s = -51$ per $R_2(s)$), sempre di tipo anticipatrice.

```
>> K2 = K1
```

```
K2 =
```

```
0.6047
```

```
>>
```

```
>> lsiminfo(yc2,t,1)
```

```
ans =
```

```
SettlingTime: 0.0765
```

```
Min: -2.8795e-060
```

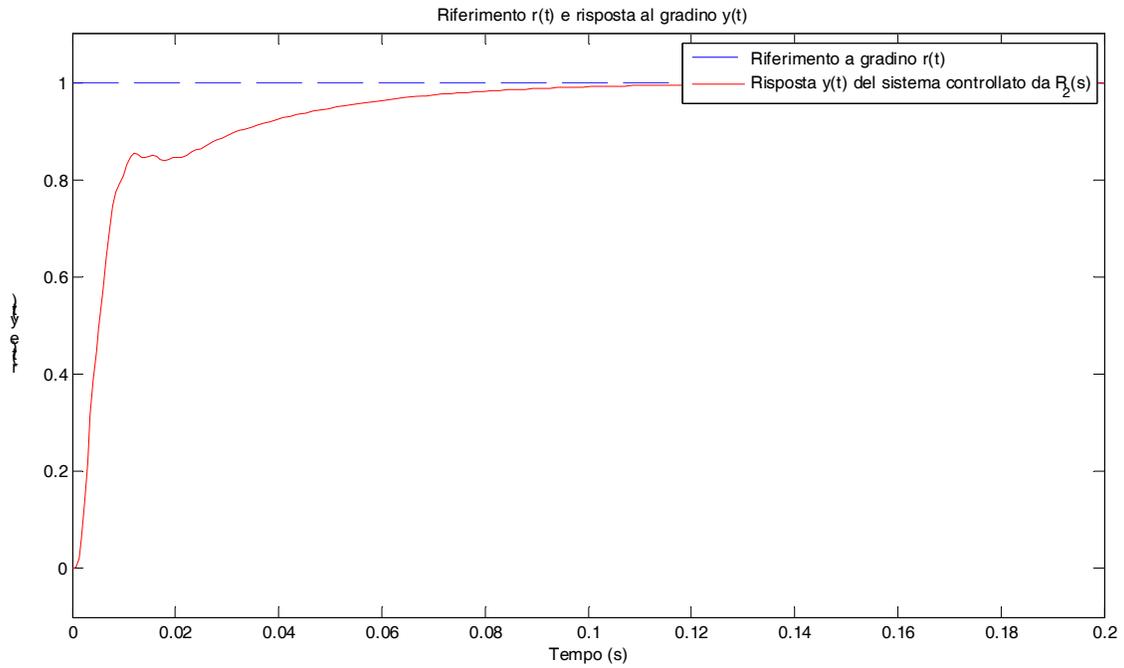
```
MinTime: 3.1554e-030
```

```
Max: 0.9998
```

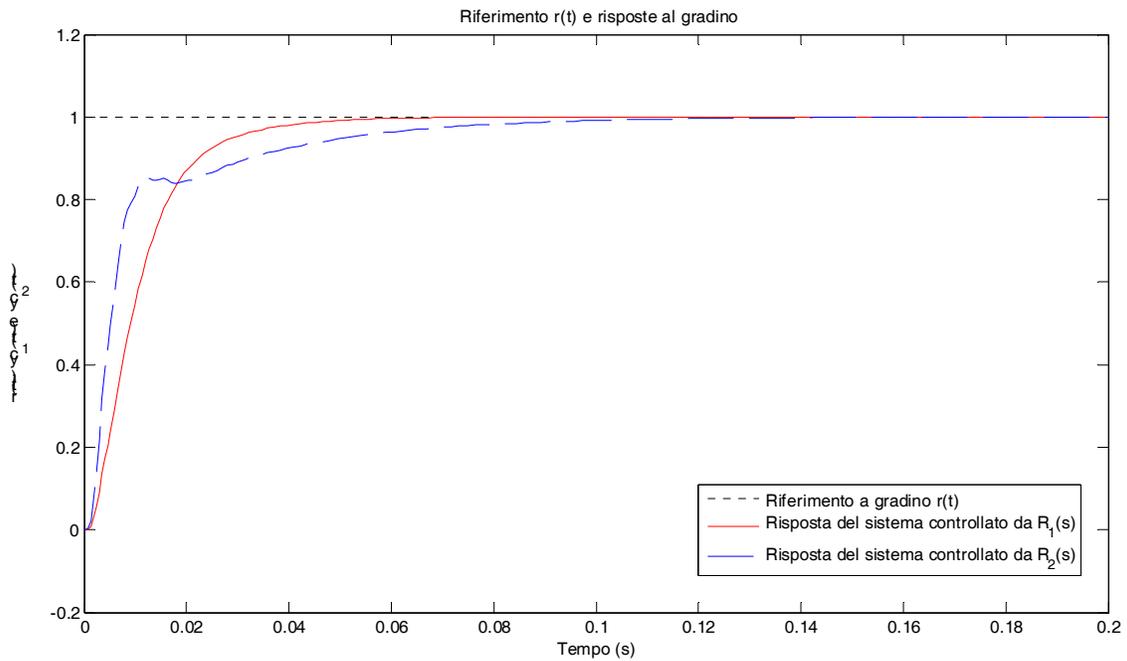
```
MaxTime: 0.1984
```

Per tale valore di $K_2 = K_1$, anche lo schema di controllo che utilizza la seconda rete correttrice $R_2(s)$ riesce a rispettare abbondantemente le specifiche richieste. La risposta del sistema compensato da $R_2(s)$ è riportata nella figura seguente:

```
>>
```



Nella figura seguente vengono invece confrontate le due risposte dei sistemi compensati dalla due reti:



Si osservi come la risposta del sistema compensato da $R_2(s)$ sia più “veloce”, perché ad esempio risulta inferiore il tempo che impiega per raggiungere il 50% del suo valore di regime (tempo di ritardo).

In maniera quantitativa, la “prontezza” di un sistema in retroazione può essere anche verificata valutando la larghezza di banda della sua risposta in frequenza. Tali valori vengono calcolati come segue, quindi valutando la larghezza di banda di:

$$G_{r1}(s) = \frac{R_1(s) * G(s)}{1 + R_1(s) * G(s)} \text{ e } G_{r2}(s) = \frac{R_2(s) * G(s)}{1 + R_2(s) * G(s)}$$

dove:

$$R_1(s) = K_1 \frac{1 + s/130}{1 + s/300} \text{ e } R_2(s) = K_2 \frac{1 + s/51}{1 + s/300}$$

>> **Gr1=K1*Ga1/(1+K1*Ga1)**

Transfer function:

1.436e015 s⁶ + 1.225e018 s⁵ + 4.146e021 s⁴ + 2.278e024 s³ +
4.107e026 s²

+

2.371e028 s

16900 s¹⁰ + 2.445e007 s⁹ + 1.033e011 s⁸ + 1.097e014 s⁷ +
1.676e017 s⁶

+ 1.199e020 s⁵ + 4.144e022 s⁴ + 7.531e024 s³ + 6.834e026
s²

+

2.371e028 s

>>

>> **Gr2=K2*Ga2/(1+K2*Ga2)**

Transfer function:

5.632e014 s^6 + 4.362e017 s^5 + 1.594e021 s^4 + 7.693e023 s^3 +
1.067e026 s^2

+

3.649e027 s

2601 s^10 + 3.763e006 s^9 + 1.59e010 s^8 + 1.688e013 s^7 +
2.613e016 s^6

+ 1.87e019 s^5 + 7.334e021 s^4 + 1.578e024 s^3 + 1.487e026
s^2

+

3.649e027 s

>>

La larghezza di banda viene determinata in pratica utilizzando la funzione Matlab `bandwidth`:

```
>> bandwidth(Gr1)
```

```
ans =
```

```
115.7407
```

```
>> bandwidth(Gr2)
```

```
ans =
```

```
270.1613
```

Si osservi quindi come la larghezza di banda maggiore sia effettivamente ottenuta attraverso la seconda rete correttiva $R_2(s)$, ovvero pari a 270.16 rad/s. Tale rete $R_2(s)$ sarà perciò quella da discretizzare secondo il metodo di Tustin per completare la soluzione del problema.

Si fissa un tempo di campionamento basandosi sul tempo di assestamento del sistema iniziale, che risultava essere $T_a \cong 0.05s$. Si applica quindi la formula empirica:

```
>> T=0.05/100
```

```
T =
```

```
5.0000e-004
```

e successivamente si calcola l'equivalente a tempo discreto della rete correttiva $R_2(s)$ secondo il metodo di Tustin, come richiesto dal problema:

```
>> Rz=c2d(R2s,T,'tu')
```

Transfer function:

```
5.542 z - 5.402
```

```
-----
```

```
z - 0.8605
```

Sampling time: 0.0005

Si definiscono i vettori utilizzati nello schema di controllo in Simulink a tempo discreto:

```
>> [numRz,denRz]=tfdata(Rz,'v')
```

numRz =

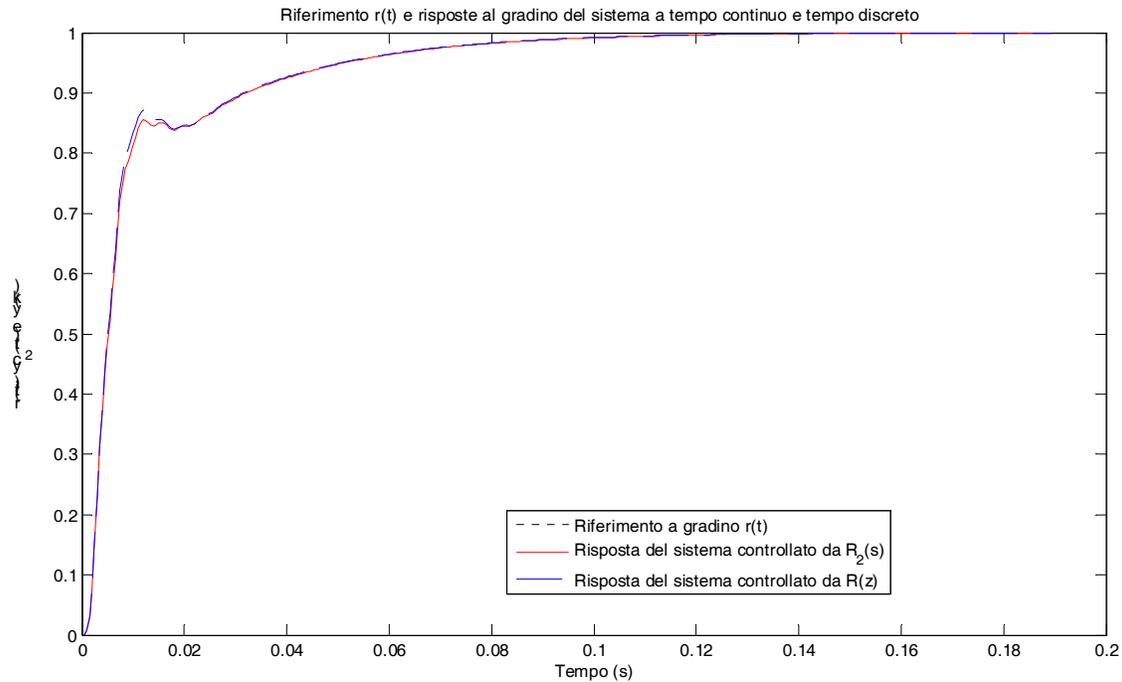
```
5.5417 -5.4022
```

denRz =

```
1.0000 -0.8605
```

```
>>
```

Nel grafico seguente vengono confrontate la risposta del sistema compensato a tempo continuo da $R_2(s)$, e quella ottenuta dallo schema con mantentore di ordine zero e regolatore digitale $R(z)$.



Si osservi inoltre che le prestazioni ottenute con lo schema di controllo digitale consentono di continuare a soddisfare le specifiche definite per il sistema a tempo continuo:

```
>> lsiminfo(yd,t,1)
```

```
ans =
```

```
SettlingTime: 0.0757
           Min: -1.5469e-060
           MinTime: 3.1554e-030
           Max: 0.9998
           MaxTime: 0.2000
```

Nell'ultima figura si riporta infine lo schema complessivo Simulink realizzato per ottenere i grafici rappresentati nelle figure precedenti:

