Soluzione Esercizio Laboratorio Metodo Indiretto

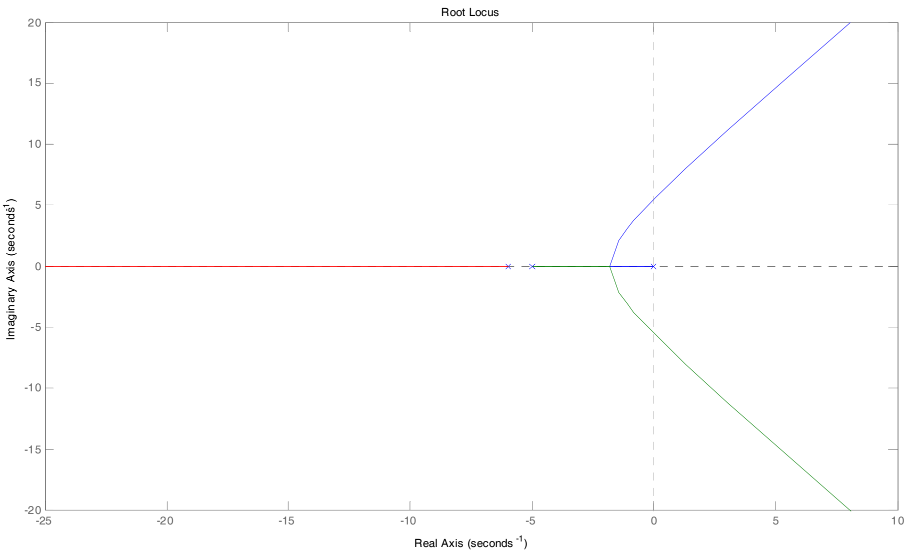
Si definisce in Matlab il sistema da controllare descritto dalla sua funzione di trasferimento $G(s)$ come segue:

```
>> s=tf('s')

Transfer function:
s

>> Gs=1/(s*(s+5)*(s+6))

Transfer function:
         1
-------------------
s^3 + 11 s^2 + 30 s
```

E se ne disegna il luogo delle radici col comando Matlab `rlocus`:

```
>>
>> rlocus(Gs)
>>
```

Il grafico del luogo delle radici di $G(s)$ è rappresentato nella figura sotto.

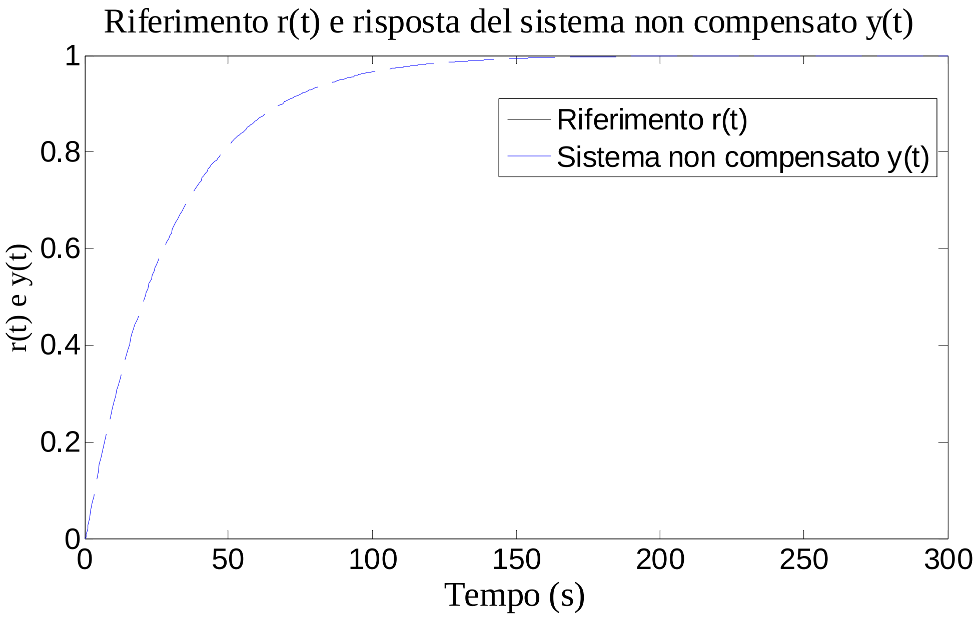


Si definiscono quindi in Matlab il numeratore ed il denominatore della funzione di trasferimento del sistema da controllare:

```
>> [numGs,denGs]=tfdata(Gs,'v')
```

```
numGs =

     0     0     0     1


denGs =

     1    11    30     0

>>
```

La risposta del sistema $G(s)$ non controllato in retroazione unitaria è riportata nella figura sotto.



Le caratteristiche della risposta al gradino unitario di riferimento sono le seguenti:

```
>> lsiminfo(ync,t)

ans =

    SettlingTime: 116.2273
             Min: 0
         MinTime: 0
             Max: 1.0000
         MaxTime: 300

>>
```

che chiaramente non soddisfano le specifiche richieste:

$$\begin{cases} S\% \leq 1\% \;\; (\delta \geq 0.85) \\ T_a \leq 2.5s \end{cases}$$

Si procede quindi alla definizione della seguente funzione di trasferimento della rete correttrice di tipo ritardatrice, come richiesto dal problema:

$$R(s) = K_1 \frac{1+\frac{s}{9}}{1+\frac{s}{8}}$$

```
>> Rs=(1+s/9)/(1+s/8)

Transfer function:
8 s + 72
--------
9 s + 72

>> [numRs,denRs]=tfdata(Rs,'v')

numRs =

     8    72


denRs =

     9    72

>>
```

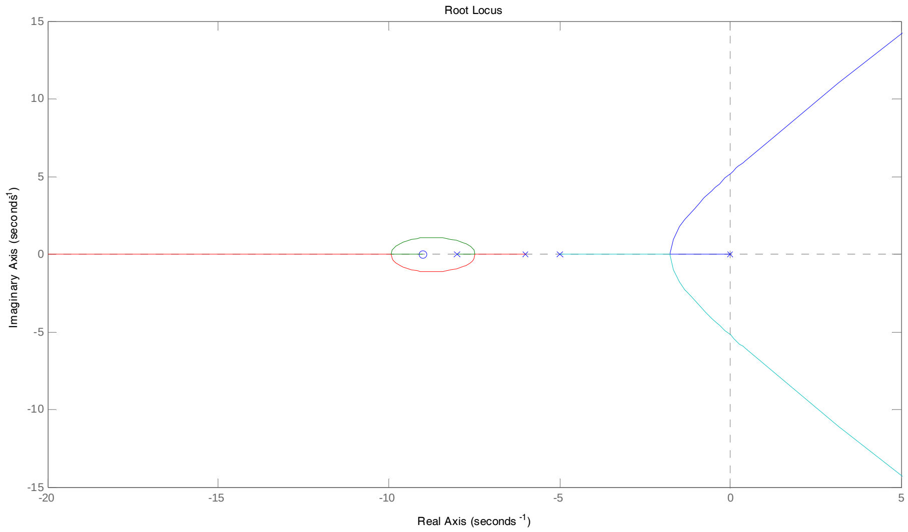
Si calcola la funzione di guadagno di anello per $K_1 = 1$:

```
>> Ga=Rs*Gs

Transfer function:
             8 s + 72
-----------------------------------
9 s^4 + 171 s^3 + 1062 s^2 + 2160 s

>>
```

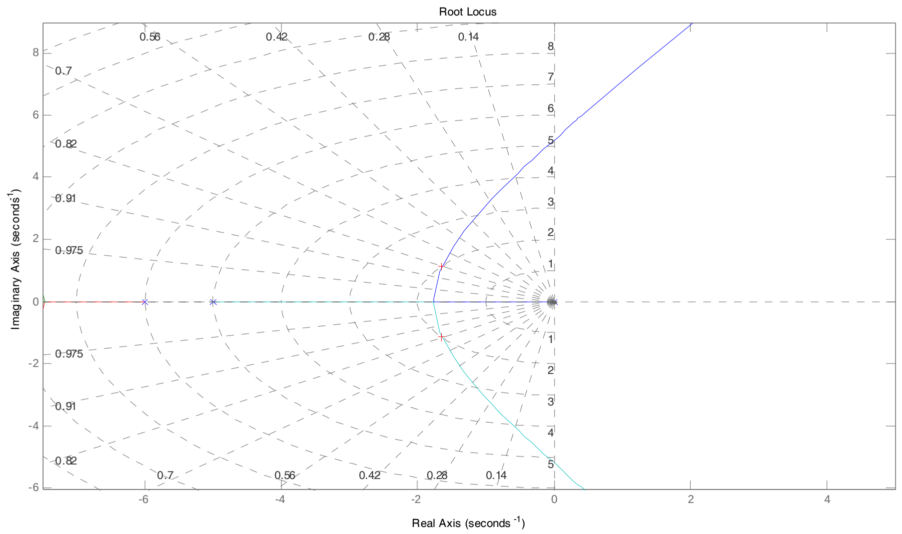
E successivamente se ne disegna il luogo delle radici come segue:

```
>>
>> rlocus(Ga)
>>
```

Il luogo delle radici del sistema $G_a(s) = R(s)\ G(s)$ è rappresentato nella figura successiva.



Si disegnano i luoghi delle radici a δ costante e col comando `rlocfind` si determina il K_1 di primo tentativo che corrisponde all'intersezione del luogo delle radici di $G_a(s)$ con il luogo dei punti a $\delta \cong 0.85$ costante. La figura successiva mostra i punti scelti col mouse.




```
>> sgrid
>> K1=rlocfind(Ga)
Select a point in the graphics window

selected_point =

  -1.6135 + 1.1431i


K1 =

   31.2858
```

```
>>
```

Si determina il K_1 di primo tentativo, con $K_1 = 31$, che permette di ottenere le prestazioni determinate col comando Matlab `rlocfind`:

```
>> lsiminfo(yc,t)

ans =

    SettlingTime: 2.1270
             Min: 0
         MinTime: 0
             Max: 1.0104
         MaxTime: 3.0409

>>
```

Anche se risultano già praticamente soddisfatte, si prova a ridurre il guadagno per ottenere un ulteriore miglioramento della specifica sulla sovraelongazione, ad esempio per $K_1 = 29$:

```
>> K1=29

K1 =

    29

>> lsiminfo(yc,t)

ans =

    SettlingTime: 2.4788
             Min: 0
         MinTime: 0
             Max: 1.0043
         MaxTime: 3.4481

>>
```

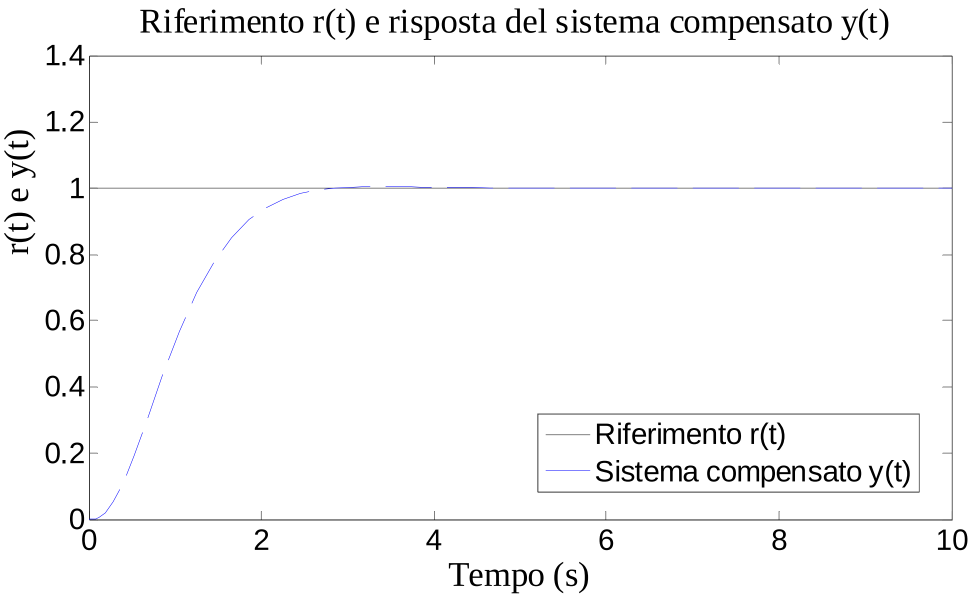
In questo modo si riesce a mantenere un certo margine su entrambe le specifiche che la risposta al gradino di riferimento unitario deve soddisfare per il sistema compensato da $R(s)$.

Si può quindi passare al progetto della rete correttrice equivalente a tempo discreto secondo il metodo di Tustin come richiesto dal problema, e con tempo di campionamento di $T = 0.02s$.

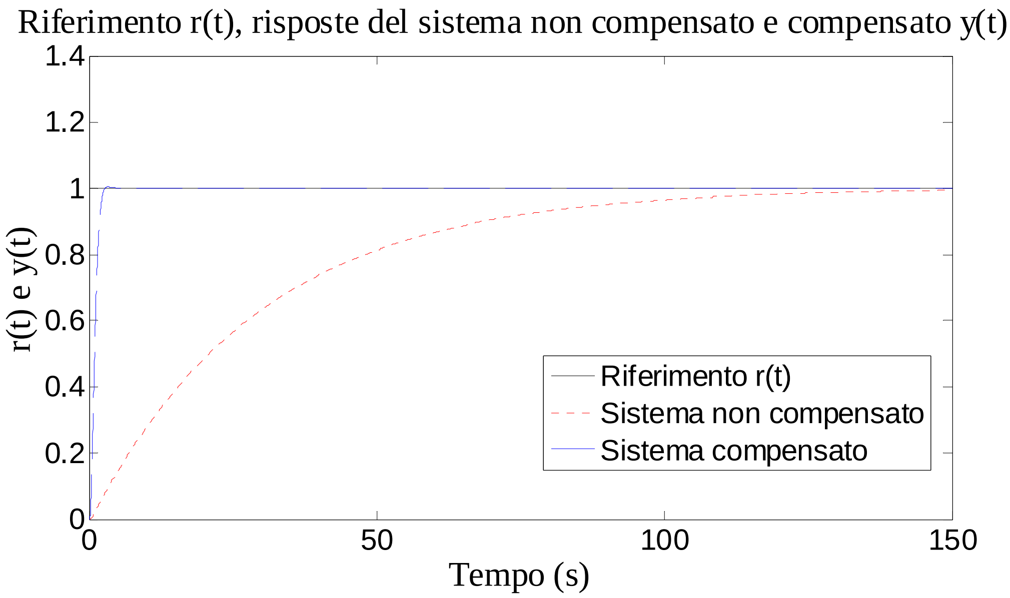
```
>> T=0.02

T =

    0.0200
```

```
>>
```

La risposta del sistema compensato al gradino di riferimento è riportata nella figura seguente.



Il confronto della risposta del sistema non compensato e quella del sistema compensato è riportato nella figura successiva.



Il sistema equivalente a tempo discreto $R(z)$ si ottiene con le seguenti istruzioni:

```
>> Rz=c2d(Rs,T,'tu')

Transfer function:
0.8971 z - 0.749
----------------
   z - 0.8519
```

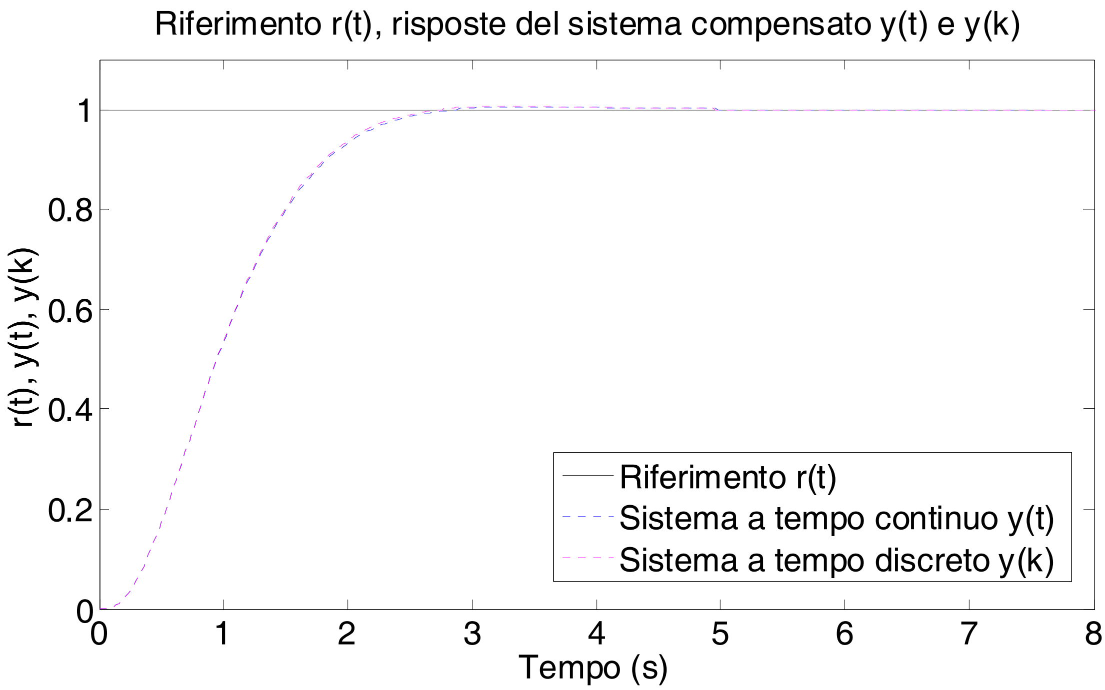
```
Sampling time (seconds): 0.02
>> [numRz,denRz]=tfdata(Rz,'v')

numRz =

    0.8971   -0.7490


denRz =

    1.0000   -0.8519

>>

>>
>>
>> K2=K1

K2 =

    29

>>
>>
```

Si verifica la risposta del sistema a tempo discreto per il gradino di riferimento, con un guadagno statico uguale a quello del regolatore a tempo continuo:

```
>> lsiminfo(yd,t)

ans =

    SettlingTime: 2.3498
             Min: 0
         MinTime: 0
             Max: 1.0057
         MaxTime: 3.3000

>>
```

Si osserva che in questo caso le specifiche continuano ad essere soddisfatte anche per il sistema digitale, senza nessun aggiustamento del guadagno statico della funzione di trasferimento $R(z)$.

Questo appare evidente anche dal confronto della risposta del sistema a tempo discreto con quella del sistema a tempo continuo, come riportato nella figura sotto.



Si riporta infine lo schema Simulink utilizzato per ottenere le risposte dei sistemi non compensato, compensato a tempo continuo, e compensato a tempo discreto.