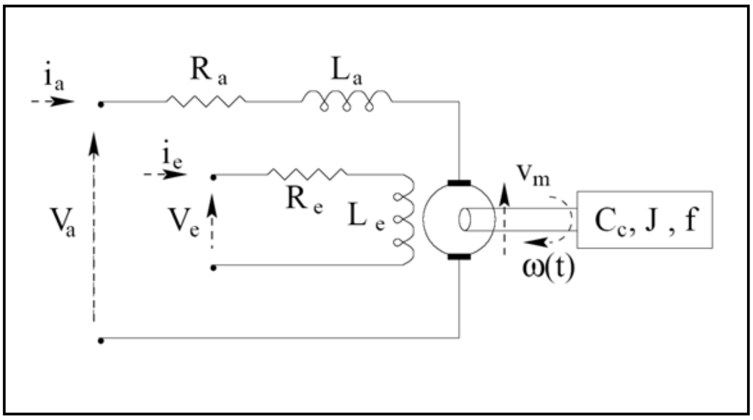
Esercizio Laboratorio Metodo Indiretto

Si consideri un motore in corrente continua a controllo d'armatura e con l'avvolgimento di eccitazione alimentato a corrente e tensione costante. Sull'asse del motore è presente, oltre al carico inerziale (J), una coppia resistente (f) dovuta all'attrito dei cuscinetti ed alle perdite di ventilazione (proporzionali alla velocità di rotazione $\omega(t)$) ed una coppia di carico C_c. Lo schema è riportato nella figura seguente.



I parametri del motore sono $R_a = 3\Omega$, $L_a = 30mH$, $k_m = 2Nm/A$, $J = 3kg\,m^2$ e $f = 5\times10^{-3}\,N\,m\,s/rad$. R_a è la resistenza di armatura, mentre L_a è la relativa induttanza, e k_m una costante che lega la forza controelettromotrice sviluppata dal motore alla velocità angolare $\omega(t)$. Se si assumono come ingressi la tensione di alimentazione di armatura $V_a(t)$ e la coppia assorbita dal carico $C_c(t)$, e come uscite la corrente di armatura $i_a(t)$ e la velocità angolare $\omega(t)$, si ottiene il modello nello spazio degli stati $(A,\ B,\ C,\ D)$:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{i}_a(t) \\ \dot{\omega}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dfrac{R_a}{L_a} & -\dfrac{k_m}{L_a} \\ \dfrac{k_m}{J} & -\dfrac{f}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dfrac{1}{L_a} & 0 \\ 0 & -\dfrac{1}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a(t) \\ C_c(t) \end{bmatrix} \\ \omega(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix} \end{cases}$$

Pertanto le matrici del sistema nello spazio degli stati risultano:

$$A = \begin{bmatrix} -\dfrac{R_a}{L_a} & -\dfrac{k_m}{L_a} \\ \dfrac{k_m}{J} & -\dfrac{f}{J} \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{L_a} & 0 \\ 0 & -\dfrac{1}{J} \end{bmatrix},\ C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix},\ D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

se si pone l'uscita controllata $y(t) = \omega(t)$, e:

$$x(t) = \begin{bmatrix} i_a(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix},\ u(t) = \begin{bmatrix} V_a(t) \\ C_c(t) \end{bmatrix}$$

Per ottenere l'uscita relativa alla posizione angolare, anziché la velocità angolare del motore, si definisce tale posizione angolare $\alpha(t)$ e a partire dal modello del secondo ordine descritto dall'equazione sopra, osservando che $\dot{\alpha}(t) = \omega(t)$, si ha che:

$$x(t) = \begin{bmatrix} i_a(t) \\ \omega(t) \\ \alpha(t) \end{bmatrix},\ y(t) = \begin{bmatrix} \omega(t) \\ \alpha(t) \end{bmatrix}$$

Se si considera poi il modello del motore elettrico singolo-ingresso, singola-uscita, in cui l'ingresso di controllo è $u(t) = V_a(t)$, mentre l'uscita controllata è $y(t) = \alpha(t)$, si ha che le matrici del sistema del motore elettrico si modificano come segue:

$$A = \begin{bmatrix} -\dfrac{R_a}{L_a} & -\dfrac{k_m}{L_a} & 0 \\ \dfrac{k_m}{J} & -\dfrac{f}{J} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{L_a} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},\ C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},\ D = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

da cui ottenere la funzione di trasferimento del sistema da controllare come segue:

$$G(s) = (s\,I - A)^{-1} B + D$$

Per tale sistema, in riferimento ad un ingresso a gradino unitario, si chiede di progettare una rete *anticipatrice* del tipo:

$$R(s) = K\frac{1+s/10}{1+s/150}$$

in cui il guadagno incognito K è da determinare col luogo delle radici affinché la risposta del sistema controllato soddisfi le seguenti specifiche:

$$\begin{cases} T_a \le 0.5s \\ S\% \le 35\% \ \ (\delta \ge 0.33) \end{cases}$$

Successivamente, si progetti il regolatore a tempo discreto $R(z)$ equivalente ad $R(s)$ secondo il metodo di Tustin. Si utilizzi un tempo di campionamento $T = 0.005s$.

Inoltre, si modifichi eventualmente il guadagno della rete correttrice a tempo discreto K_d :

$$R(z) = K_d \frac{z - z_0}{z - z_p}$$

tale per cui il sistema controllato a tempo discreto continui a soddisfare le specifiche definite per il progetto del regolatore a tempo continuo.