Progetto di Rete Ritardatrice a Tempo Continuo con Luogo delle Radici

Viene assegnato il sistema descritto dalla funzione di trasferimento:

$$G(s) = \frac{200}{s(s+5)^2}$$

Si richiede di progettare *una rete correttrice di tipo ritardatrice* con la seguente scelta di polo e zero:

$$R(s) = K\frac{1+5\cdot s}{1+50\cdot s} = K\frac{1+s/0.2}{1+s/0.02}$$

ed il guadagno tale da soddisfare le specifiche della risposta in transitorio al gradino unitario:

$$\begin{cases} S\% \le 18\% \ \ (\delta \ge 0.6) \\ T_a \le 19s \end{cases}$$

Si osserva che la rete correttrice è stata determinata in maniera tale da garantire per il sistema compensato un margine di fase $M_f \cong 60^o$.

Risoluzione

Viene assegnata la funzione di trasferimento:

$$G(s) = \frac{200}{s(s+5)^2}$$

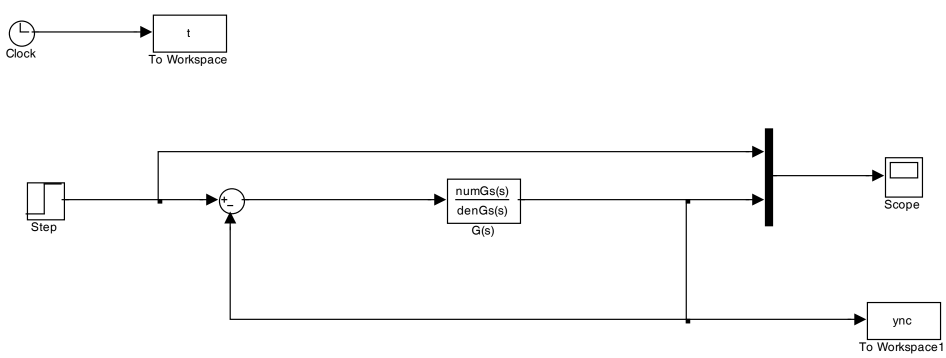
che viene inserita nell'ambiente di lavoro Matlab:

```
>> s=tf('s')

Transfer function:
s

>> Gs=200/(s*(s+5)^2)

Transfer function:
        200
-------------------
s^3 + 10 s^2 + 25 s
```

Si definiscono poi i vettori necessari per la simulazione del sistema in ambiente Simulink:

```
>> [numGs,denGs]=tfdata(Gs,'v')

numGs =

     0     0     0   200


denGs =

     1    10    25     0

>>
```

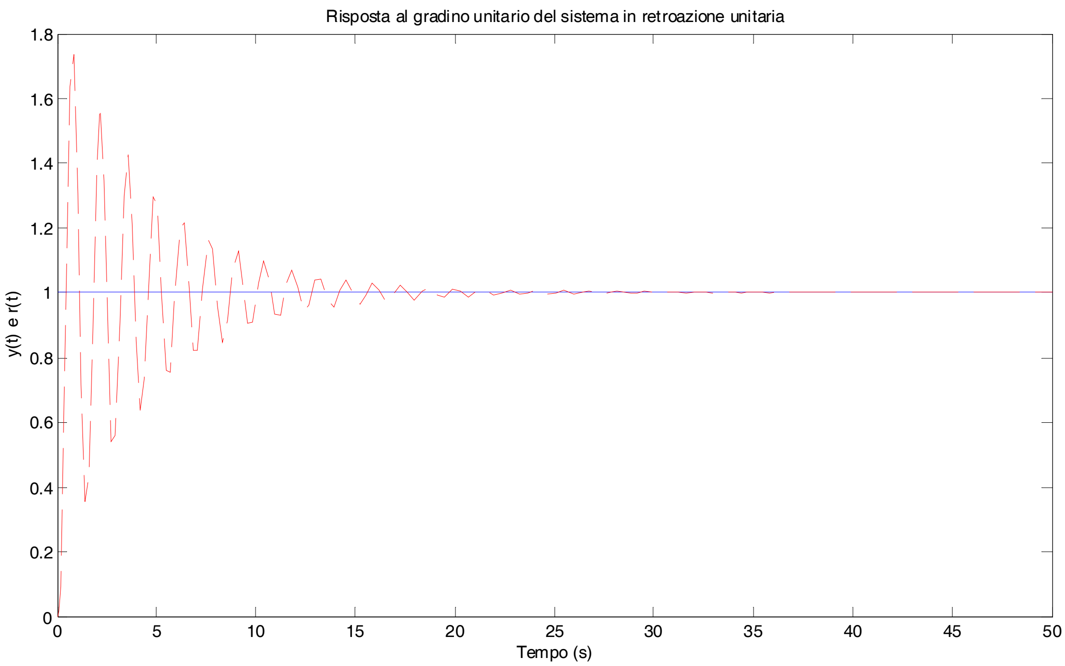
Si sviluppa quindi lo schema Simulink seguente:



Attraverso la funzione Matlab `lsiminfo`, *simulando il sistema per almeno 50 secondi*, è possibile verificare che il tempo di assestamento T_a del sistema non compensato in retroazione unitaria vale 17.32s, mentre la sua sovraelongazione $S\%$ è pari a 73.5%.

```
>> lsiminfo(ync,t)

ans =

    SettlingTime: 17.3247
             Min: 0
         MinTime: 0
             Max: 1.7354
         MaxTime: 0.8591

>>
```

Tali valori sono verificabili anche dal seguente grafico che riporta il gradino unitario e la risposta del sistema in retroazione unitaria non compensato:



Si richiede di progettare una *rete correttrice di tipo ritardatrice* che consenta di ottenere al sistema compensato una sovraeongazione minore del 18%, ovvero $S\% \leq 18\%$, e un tempo di assestamento inferiore a , ovvero $T_a \leq 19s$. Si utilizza quindi la rete correttrice del tipo:

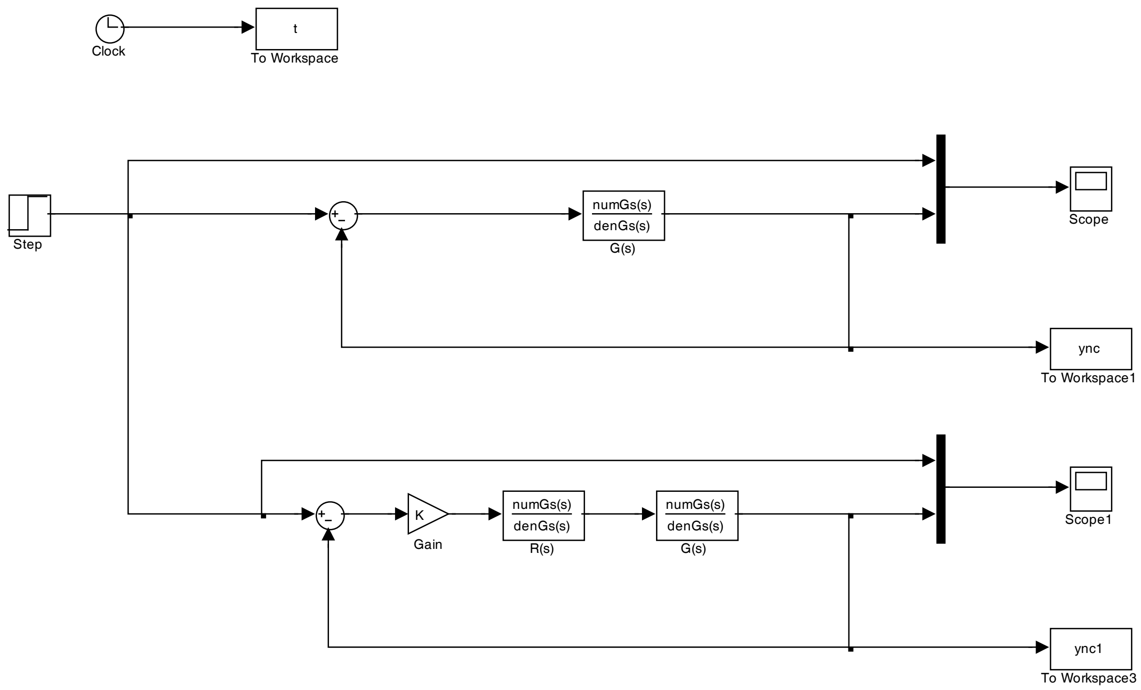
$$R(s) = K\frac{1+5\cdot s}{1+50\cdot s} = K\frac{1+s/0.2}{1+s/0.02}$$

che viene quindi inserita in Matlab per un guadagno unitario $K = 1$:

```
>> Rs=(1+5*s)/(1+50*s)

Transfer function:
```

```
5 s + 1
--------
50 s + 1

>> [numRs,denRs]=tfdata(Rs,'v')

numRs =

     5     1


denRs =

    50     1

>>
```

Si realizza poi il seguente schema Simulink:



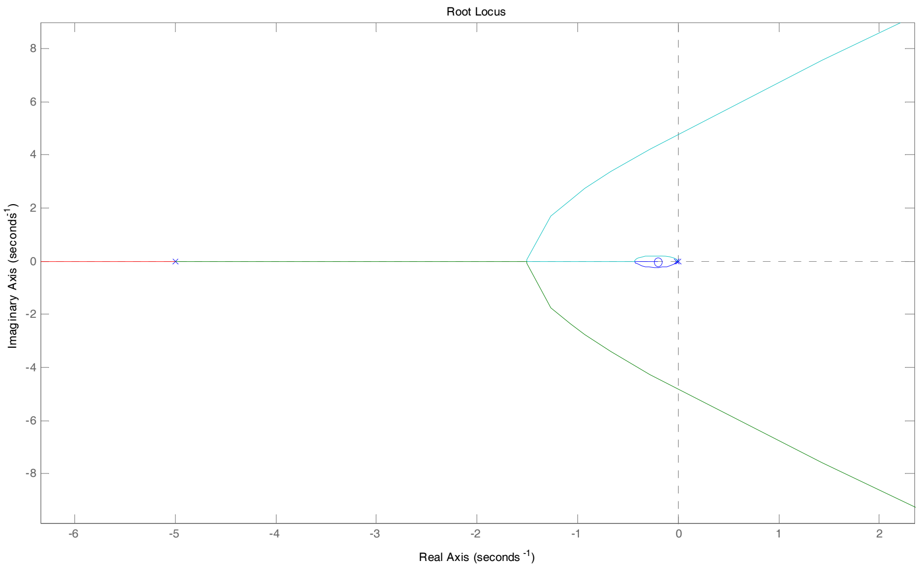
In Matlab si studia il sistema $G_a = R(s) \cdot G(s)$, ovvero:

```
>> Ga=Rs*Gs

Transfer function:
           1000 s + 200
----------------------------------
50 s^4 + 501 s^3 + 1260 s^2 + 25 s

>>
```

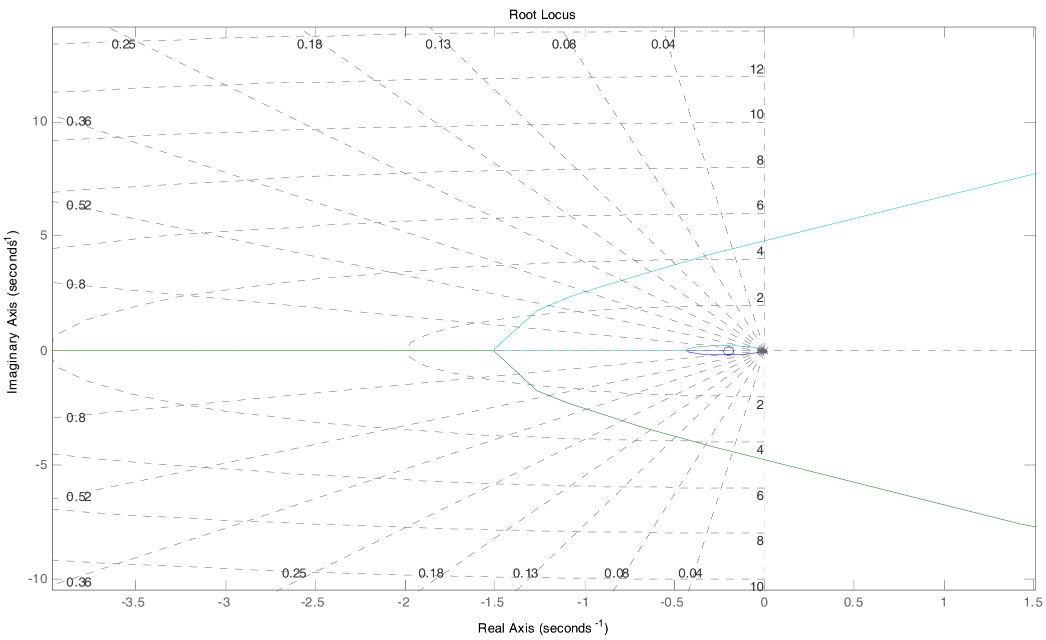
e si determina il guadagno per ottenere il soddisfacimento delle specifiche richieste. In particolare, se il sistema complessivo fosse del secondo ordine, sarebbe necessario un guadagno K affinché il coefficiente di smorzamento δ porti ad una sovraelongazione inferiore al 18%, ovvero $S\% \leq 18\%$ se $\delta \geq 0.6$. Attraverso il luogo delle radici e il luogo dei punti a δ costante si determina tale valore di K per tentativi.

Il luogo delle radici per il sistema compensato viene disegnato in Matlab con la funzione `rlocus`:

```
>> rlocus(Ga)
>>
```

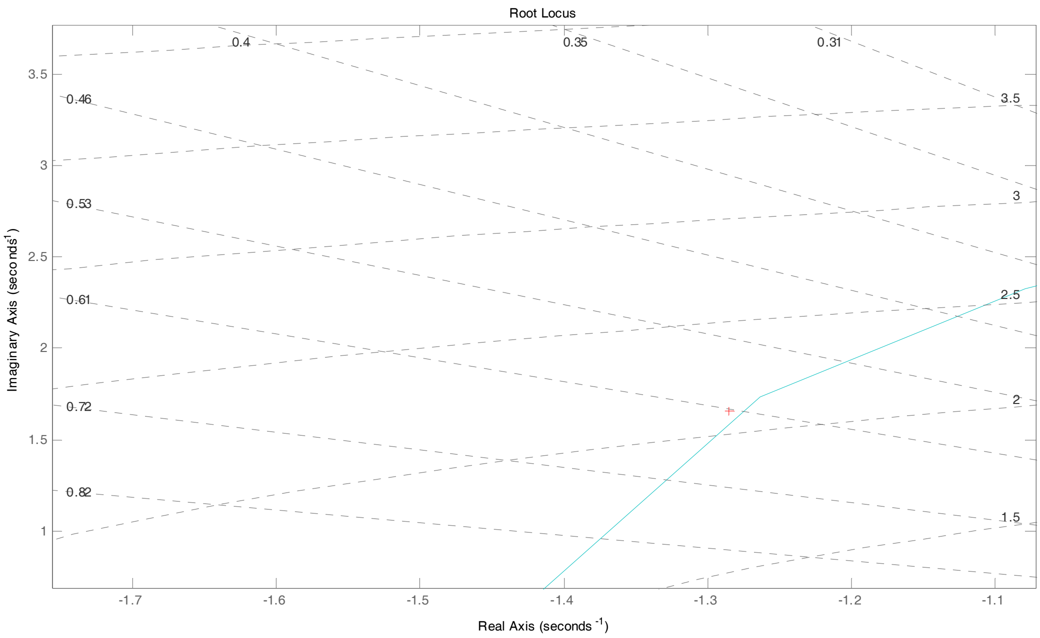


e successivamente vengono disegnati i luoghi a δ costante con la funzione `sgrid`:



Mediante la funzione Matlab `rlocfind` si determina quel valore di K (sempre assumendo che il sistema complessivo sia approssimativamente del 2° ordine) che porta all'intersezione del luogo delle radici di $R(s)\cdot G(s)$ con il luogo a $\delta \approx 0.6$ costante:

```
>> K=rlocfind(Ga)
Select a point in the graphics window

selected_point =

  -1.2735 + 1.6531i


K =

    1.8251

>>
```



che però corrisponde ad una sovraelongazione superiore al 20%.

```
>> lsiminfo(yc,t)

ans =

    SettlingTime: 9.4873
             Min: 0
         MinTime: 0
             Max: 1.2067
         MaxTime: 1.9128

>>
```

Si prova quindi ad abbassare il valore del guadagno, ricordando che una diminuzione del guadagno in generale comporta una diminuzione della sovraelongazione. Procedendo per tentativi, si arriva al valore migliore di $K = 1.5$:

```
>> K=1.5

K =

    1.5000

>> lsiminfo(yc,t)

ans =

    SettlingTime: 10.4990
             Min: 0
         MinTime: 0
             Max: 1.1779
         MaxTime: 2.5054

>>
```

che corrisponde ad una sovraelongazione $S\%$ del 18% e un tempo di assestamento $T_a \cong 10.5s$. La corrispondente risposta al gradino per il sistema compensato e riportata nel seguente grafico.